

На правах рукописи

ТАЙЛАКОВ ДМИТРИЙ ОЛЕГОВИЧ

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ СТРУКТУР
НА ОСНОВЕ МЕТОДА НИЗКОЧАСТОТНОЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Барнаул 2009

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институт угля и углехимии Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель: доктор технических наук,
профессор
Логов Александр Борисович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Шайдук Александр Михайлович

доктор технических наук,
профессор
Катаев Михаил Юрьевич

Ведущая организация: ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет»

Защита состоится 6 ноября 2009 г. в 14-30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.005.04 в ГОУ ВПО «Алтайский государственный университет» по адресу: 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, 61.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Алтайского государственного университета по адресу: 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, 61.

Автореферат разослан 5 октября 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета, профессор, д.ф.-м.н.



С.А. Безносюк

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В последнее время в различных отраслях науки и техники, в частности в геофизике и горном деле, интенсивно развиваются методы неразрушающего оперативного контроля состояния объектов и среды их функционирования. В качестве одного из подходов в таких методах используется измерение параметров физических полей (гравитационного, магнитного, электрического, упругих колебаний, термических, ядерных излучений) в соответствующих видах каротажа. При этом в угольной отрасли для обеспечения текущего мониторинга состояния угленосного массива, изучения его свойств и поиска неоднородностей представляется целесообразным использовать в каротажных измерениях различные виды технологических скважин, которые бурятся для дегазации угольных пластов и выработанного пространства до или в процессе угледобычи. Корректная интерпретация параметров физических полей, полученных в каротажных измерениях, позволит существенно улучшить качество данных о состоянии массива горных пород, а также обеспечить выбор рациональных схем дегазации угольных пластов, способствующих повышению безопасности ведения горных работ и производительности угледобычи.

В качестве основного инструмента исследования возможно использовать низкочастотную электрическую томографию, суть которой заключается в измерении потенциала с помощью электродов на поверхности при протекании тока через прискважинную зону угленосного массива. Набор измерений, получаемых при различных комбинациях токовых и измерительных электродов, позволяет оценить распределение проводимости в исследуемой области угольного пласта. В отличие от вертикальных скважин, применяемых в геофизике, при использовании дегазационных скважин с иным пространственным положением (в пределе – горизонтальным), а также способом обустройства, возникает необходимость разработки новых математических моделей и подходов к их исследованию для получения достоверной информации о свойствах угольных пластов и вмещающих пород.

В этой связи создание моделей произвольно ориентированных слоистых структур в качестве базы для мониторинга объектов различной природы методом электрической томографии является актуальной научной задачей.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с планами НИР Института угля и углехимии СО РАН на 2007-2009 гг. (научный проект «Особенности процессов деформирования и разрушения массивов горных пород, включающих техногенно нестабильные двухкомпонентные геоматериалы», Блок 3. «Мониторинг изменений окружающей среды в углепромышленных районах в результате техногенного деформирования массивов горных пород», этап 2008 г. «Исследование взаимосвязи эмиссий метана с газообильностью горных выработок и выработанных пространств») и договором № 5/01-07 «Определение (исследование) газоносности угольных пластов 52, 51, 50 и 49 в пределах опытно–промышленного участка горного отвода шахты «Котинская» и лавы № 5203», выполненного по заданию ОАО «СУЭК-Кузбасс» в 2008 г.

Целью работы является моделирование структур углеродосодержащих материалов с пространственной анизотропией для обнаружения неоднородностей при мониторинге объектов различной природы методом электрической томографии.

Идея работы состоит в использовании решения трехмерного уравнения Лапласа в цилиндрических координатах и получении точного решения прямой задачи электрической томографии для исследования свойств различных цилиндрических объектов в изотропном и анизотропном случаях.

Задачи исследования:

- обосновать возможность применения методов низкочастотной электрической томографии для исследования структуры угольных пластов из дегазационных скважин;

- разработать математическую модель распределения удельного электрического сопротивления горных пород в окрестностях дегазационных скважин в изотропном и анизотропном случаях;

- разработать математическую модель распределения кажущегося удельного сопротивления горных пород для обнаружения неоднородностей и включений различной природы в угольных пластах;

- провести вычислительный эксперимент по апробации моделей в заданной цилиндрически-симметричной среде посредством решения прямой и обратной задач электрической томографии.

Методы исследования. В работе использовалось решение прямой задачи на основе уравнения Лапласа в цилиндрических координатах для электрической томографии; численные методы линейной алгебры для анализа полученных решений; метод минимизации Нелдера-Мида для решения обратной задачи низкочастотной электрической томографии; асимптотическое разложение цилиндрических функций Бесселя для анализа полученных решений.

Научные положения, выносимые на защиту:

- в асимптотическом приближении распределение потенциала источника постоянного электрического тока в углепородном массиве обратно пропорционально удельной проводимости угольного пласта и неоднородных включений, которые могут быть обнаружены путем изменения взаимоположения источника постоянного тока и приемника в горизонтальных дегазационных скважинах;

- распределение потенциала в цилиндрически-слоистых средах в прискважинной зоне в общем случае k -вложенных цилиндров с трехмерной анизотропией записывается в явном виде при решении уравнения Лапласа;

- значение потенциала для слоистой цилиндрической структуры определяется путем разложения подынтегрального выражения, содержащего функции Бесселя II-го рода, в многочлен, степень которого зависит от расхождения аналитического решения и полиномиального разложения и определяется заданной точностью численного эксперимента;

- соответствие между аналитическим решением и результатом эксперимента для трехслойной цилиндрической среды в изотропном и анизот-

ропном случаях обеспечивается разработанным алгоритмом адаптации низкочастотной электрической томографии.

Обоснованность и достоверность научных положений и результатов

1) подтверждается:

– результатами аналитического решения уравнения Лапласа, полученного для распределения потенциала цилиндрически-слоистых сред, и его асимптотического разложения (расхождение не более 1% для отношения поперечной длины зонда к продольной >10);

– удовлетворительным совпадением (расхождение не более 10%) результатов тестового численного решения прямой и обратной задач для цилиндрически-симметричных объектов с заранее известными параметрами;

2) обеспечивается:

– корректным аналитическим решением уравнения Лапласа для распределения потенциала в неоднородной среде в цилиндрических координатах;

– представительной серией физических экспериментов, поставленных на углеродосодержащих объектах, и соответствием полученных результатов численному моделированию.

Адекватность предложенной модели подтверждается опытом низкочастотной электрической томографии, а для цилиндрических объектов - дополнительно поставленной серией численных экспериментов с расхождением не более 9,5% относительно результатов теста.

Научная новизна работы заключается в следующем:

– расширена область применения электрического каротажа для обнаружения из дегазационных скважин с пространственной ориентацией, отличной от вертикальной, неоднородностей в углепородном массиве с линейными размерами, свойственными геологическим нарушениям и включениям;

– получено строгое аналитическое решение уравнения Лапласа для распределения потенциала на границе многослойной цилиндрически-анизотропной среды в зависимости от расположения источника тока;

– создан программный комплекс, для которого реализован численный эксперимент, с возможностью вариации количества внутренних слоев и свойств изотропных и анизотропных углеродосодержащих объектов, для определения потенциала слоистой цилиндрической структуры при каротаже дегазационных скважин;

– адаптирован метод низкочастотной электрической томографии для слоистой модели вложенных цилиндров, заключающийся в нахождении распределения проводимости в зависимости от расположения источника постоянного тока и значений потенциала на заданных границах цилиндрического объекта.

Личный вклад автора состоит:

– в обосновании возможности применения электрической томографии для исследования угольных пластов с использованием действующих дегазационных скважин;

- в разработке математической модели распределения потенциала на границе цилиндрической среды и проведении анализа полученных решений с помощью асимптотических разложений;
- в компьютерной реализации метода решения прямой и обратной задачи восстановления удельной проводимости среды в зависимости от значений силы тока и распределения потенциала на границе исследуемого объекта;
- в проведении вычислительного эксперимента применительно к различным цилиндрическим объектам и обобщении результатов анализа.

Практическая ценность.

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы для:

- мониторинга состояния прискважинной зоны в углепородном массиве в процессе или до ведения угледобычи на основе предложенного подхода для определения удельной проводимости в цилиндрически-слоистых средах;
- электрического каротажа геолого-геофизических объектов более сложной структуры на основе полученных решений уравнения Лапласа для распределения потенциала на границе многослойной цилиндрической среды,
- разработки технических требований к оборудованию и регламента его применения для обнаружения различных образований в угольном пласте (неоднородностей, пустот или включений) на основе разработанного программного комплекса.

Реализация работы.

Результаты исследований и разработанный подход использованы для определения газоносности угольных пластов в пределах горного отвода шахты «Котинская».

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на научной конференции «Физика и Эйнштейн» (Красноярск, 2005), XLIII и XLIV международных конференциях студентов и молодых ученых «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2005, 2006), Международном форуме «Проблемы и перспективы инновационного развития экономики Кузбасса» (Кемерово, 2008), на научных семинарах ИУУ СО РАН (Кемерово, 2007-09).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ, куда входят (в скобках в числителе указан общий объем этого типа публикаций, в знаменателе – объем, принадлежащий лично автору) 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК (1.19/0.65 печ. л.), 1 – в научных изданиях (0.13/0.07 печ. л.), 3 – в тезисах и докладах международных и всероссийских конференций (0.38/0.38 печ. л.).

Структура и объем работы. Работа состоит из 4 глав на 127 страницах и содержит 54 рисунка, 6 таблиц, список литературы из 64 наименований и 6 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. В асимптотическом приближении распределение потенциала источника постоянного электрического тока в углеродном массиве обратно пропорционально удельной проводимости угольного пласта и неоднородных включений, которые могут быть обнаружены путем изменения взаимоположения источника постоянного тока и приемника в горизонтальных дегазационных скважинах.

В настоящее время актуальны проблемы обнаружения различных неоднородностей в угольном пласте, обуславливающих повышенное содержание метана, и как можно более точного определения геометрии пласта. Решение этих задач является необходимым условием обеспечения безопасности работы в шахте и повышения эффективности добычи угля.

Для поиска участков углеродного массива с измененной плотностью и определения их границ предложено применять каротаж дегазационных скважин, которые бурятся достаточно часто и непосредственно в угольный пласт. Так ограждающую дегазацию угольного массива, прилегающего к проводимой выработке, осуществляют с помощью барьерных или законтурных скважин. По времени дегазация подготовительных выработок делится на два вида: предварительную и текущую. Типовым способом предварительной дегазации угольного массива является бурение скважин до начала проведения выработки, а при текущем – во время ее проведения. При ограждающей дегазации барьерные скважины бурят преимущественно диаметром 80 – 100 мм и протяженностью до 100 – 150 м. Устье скважин располагают на расстоянии 1,5 – 2,0 м от стенки выработки. Угол отклонения скважин от оси выработки составляет 3 – 90 градусов. Из камеры, в зависимости от метаносности угля мощного пласта, бурят в среднем по 3 – 4 скважины с каждого борта, иногда и до 12 – 15 скважин. Многообразие видов дегазационных скважин обуславливает возможность исследования угольного пласта без увеличения затрат на дополнительное бурение.

В работе в качестве прямой задачи понимается нахождение распределения потенциала в зависимости от заданного распределения удельного сопротивления и источников постоянного электрического тока в результате решения трехмерного уравнения Лапласа в цилиндрических координатах.

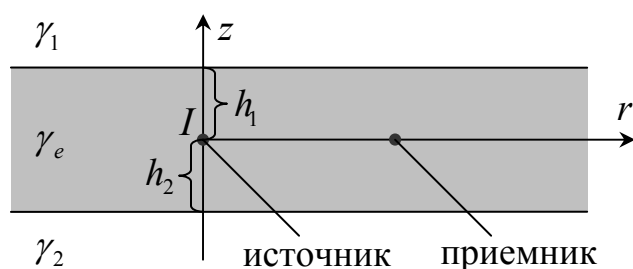


Рис. 1. Модель трехслойной среды

Для обоснования возможности применения низкочастотной электрической томографии при исследовании структуры угольных пластов из дегазационных скважин рассмотрена трехслойная среда с проводимостями верхнего, среднего и нижнего слоев γ_1 , γ_e и γ_2 (рис. 1).

В средней части среды, в

начале цилиндрической системы координат $\{r, \varphi, z\}$, размещен точечный источник постоянного тока I , расстояние от которого до границы верхнего слоя равно h_1 , а нижнего – h_2 , причем $h_1, h_2 > 0$ (рис. 1). Потенциал u_e электрического поля \vec{E} среднего слоя представлен в виде

$$u_e = u_0 + \tilde{u}_e, \quad (1)$$

где u_0 – потенциал электрического поля источника постоянного тока в однородной среде с проводимостью γ_e . Из решения уравнения Лапласа, описывающего пространственное распределение потенциалов верхнего и нижнего слоев u_1 и u_2 , а также введенной поправки \tilde{u}_e к потенциалу, которая возникает при возмущении электрического поля в однородной среде, и с учетом поведения потенциала при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ установлено, что

$$\begin{aligned} u_1(r, z) &= \int_0^\infty A_m e^{-mz} J_0(mr) dm, \\ \tilde{u}_e(r, z) &= \int_0^\infty [B_m e^{mz} + C_m e^{-mz}] J_0(mr) dm, \\ u_2(r, z) &= \int_0^\infty D_m e^{mz} J_0(mr) dm, \end{aligned} \quad (2)$$

где A_m, B_m, C_m, D_m – константы, определяемые из граничных условий; J_0 – функция Бесселя I-го рода нулевого порядка. Из граничных условий с учетом

$$u_0 = \frac{I}{2\pi\gamma_e \sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{I}{2\pi\gamma_e} \int_0^\infty e^{-m|z|} J_0(mr) dm \quad (3)$$

при $z=0$ получено

$$u_e(r) = \frac{I}{2\pi\gamma_e r} + \frac{I}{2\pi\gamma_e} \int_0^\infty \frac{S_1 + S_2 + 2S_1 S_2}{1 - S_1 S_2} J_0(mr) dm, \quad (4)$$

где

$$S_1 = e^{-2mh_1} \frac{\gamma_e - \gamma_1}{\gamma_e + \gamma_1}, S_2 = e^{-2mh_2} \frac{\gamma_e - \gamma_2}{\gamma_e + \gamma_2}. \quad (5)$$

Асимптотическое разложение (5) имеет вид

$$u_e(r) \approx \frac{I}{2\pi\gamma_e r} \text{ при } r \rightarrow 0, \quad (6)$$

$$u_e(r) \approx \frac{I}{\pi r(\gamma_1 + \gamma_2)} \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (7)$$

Известно, что удельная проводимость угля составляет $10^{-8} - 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ и может регистрироваться стандартными методами, используемыми для электромагнитного каротажа. Неоднородности различной природы с удель-

ной проводимостью, существенно отличающейся от собственной углям, могут быть обнаружены путем пространственного перемещения источника постоянного тока и приемника, с учетом полученных уравнений (6, 7) при каротаже дегазационных скважин.

2. Распределение потенциала в цилиндрически-слоистых средах в прискважинной зоне в общем случае k -вложенных цилиндров с трехмерной анизотропией записывается в явном виде при решении уравнения Лапласа.

Разработана и исследована математическая модель, описывающая изменение потенциала на границе среды в зависимости от силы тока для двухслойной, трехслойной и k -слойной сред. Двухслойная среда представлена цилиндром с бесконечной высотой и радиусом a , который помещен в среду с нулевой проводимостью. Внутри цилиндра находится цилиндр с бесконечной высотой и радиусом b , а на границе a внешнего цилиндра – точечный источник постоянного тока I . В цилиндрической системе координат потенциал u_e электрического поля \vec{E} вне цилиндра представлен в виде (1). Разложение функции u^* , u_0^* в ряды Фурье по угловой координате имеет вид

$$u^* = \sum_{n=0}^{\infty} u_n^{*c} \cos n\varphi + u_n^{*s} \sin n\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} u_n^{*c,s} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$u_0^* = \sum_{n=0}^{\infty} u_{0n}^{*c} \cos n\varphi + u_{0n}^{*s} \sin n\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} u_{0n}^{*c,s} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}. \quad (9)$$

С учетом (8, 9) уравнение Лапласа принимает вид

$$\frac{\partial^2 u_n^{*c,s}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_n^{*c,s}}{\partial r} - \left(\frac{n^2}{r^2} + \lambda^2 \right) u_n^{*c,s} = 0, \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{in}^{*c,s} &= u_{0n}^{*c,s} + \tilde{u}_{en}^{*c,s} \\ \gamma_i \left(\frac{\partial u_{in}^{*c,s}}{\partial r} \right) &= \gamma_e \left(\frac{\partial u_{0n}^{*c,s}}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{u}_{en}^{*c,s}}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} r = a. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) с учетом поведения потенциала при $r \rightarrow 0$ и $r \rightarrow \infty$ имеет вид

$$u_n^{*c,s} = \begin{cases} A_n^{*c,s} I_n(mr), & r < a \\ B_n^{*c,s} K_n(mr), & r > a. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $m = |\lambda|$; $I_n(x)$, $K_n(x)$ – модифицированные функции Бесселя, $B_n^{c,s}$ и $A_n^{c,s}$ определяются из граничных условий и решения системы линейных уравнений. Для $r=r_0=a$ установлено, что

$$u(\dot{\varphi}, \dot{z}, a) = \frac{I}{2\pi^2 a \gamma_e} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_n} \cos(n\dot{\varphi}) \int_0^{\infty} \frac{1}{x} \frac{I_n(x)K_n(x)}{SI'_n(x)K_n(x) - K'_n(x)I_n(x)} \cos(x\dot{z}) dx \quad (13)$$

где $\dot{\varphi} = \varphi - \varphi_0$, $\dot{z} = \frac{z - z_0}{a}$, $x = ma$.

По аналогии для трехслойной среды получено выражение для потенциала при $r = a$

$$u = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(u_{0n}^{*c,s}(a) + A_n^{c,s} I_n(ma) + B_n^{c,s} K_n(ma) \right) \cos(ma\dot{z}) dm \right] \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $\dot{z} = \frac{z - z_0}{a}$.

Для оценки поведения потенциала в дальней зоне и возможности использования упрощенных выражений при решении прикладных задач, рассмотрена асимптотика u при большом \dot{z} для (13). При $r = r_0 = a$ получено

$$u(\dot{\varphi}, \dot{z}, a) \approx \frac{I}{\pi a} \frac{1}{\gamma_e + \gamma_i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_n} \cos(n\dot{\varphi}) \frac{1}{2^{2n} (n!)^2} \frac{\partial^{2n}}{\partial \dot{z}^{2n}} \left[\frac{1}{\dot{z}} \right]. \quad (15)$$

Аналогичным образом асимптотическое разложение (14) представлено в виде

$$u \approx \frac{I}{\pi a} \frac{1}{\gamma_2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_n} \cos n(\varphi - \varphi_0) \left(\frac{2a^{2n}(1+S) + b^{2n}(1-S)}{2a^{2n}(1+S) - b^{2n}(1-S)} \right) \frac{1}{2^{2n} (n!)^2} \frac{\partial^{2n}}{\partial \dot{z}^{2n}} \left[\frac{1}{\dot{z}} \right]. \quad (16)$$

Установлено, что отличие полученных асимптотик от аналитического решения составляет не более 1% при $\dot{z} > 10$, что позволяет использовать их для вычисления потенциала при больших вертикальных разностях электродов.

Рассмотрена k – слойная модель, в которой внешний слой представляет собой среду с нулевой проводимостью, а остальные $k - 1$ слоев – коаксиальные бесконечные цилиндры радиусами a_1, a_2, \dots, a_{k-1} и проводимостями $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{k-1}$. Потенциал u_1 электрического поля \vec{E} внутри цилиндра радиуса a_1 представлен в виде $u_1 = u_0 + \tilde{u}_1$. Здесь u_0 – потенциал электрического поля сторонних токов \vec{j}_c в однородной среде с проводимостью γ_1 . Потенциалы внутри других цилиндров обозначены u_2, u_3, \dots, u_{k-1} , а потенциал внешней среды – u_e . В предположении, что функция u_0 известна, определен потенциал \tilde{u}_1 на границе a_1 . При этом для решения уравнения Лапласа на каждой границе записаны граничные условия и получена система $2(k - 1)$ уравнений с $2(k - 1)$ константами

$$MX = U. \quad (17)$$

Здесь M – матрица модифицированных функций Бесселя порядка n , которые зависят от произведения ma_i ($i=1 \div k-1$) и коэффициентов $S_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_{j-1}}$ ($j=1 \div k-1$). Вектор-столбец X состоит из искомого констант $C_l^{c,s}$ ($l=1 \div 2k-2$), U – вектор-столбец, все элементы которого, кроме первых четырех, равны нулю. Ненулевые элементы имеют вид

$$u_1 = -u_{0n}^{*c,s}(a_1) \frac{1}{K_n'(ma_1)}, \quad u_2 = -\frac{\partial u_{0n}^{*c,s}(a_1)}{\partial r} \frac{1}{K_n'(ma_1)}, \quad (18)$$

$$u_3 = u_{0n}^{*c,s}(a_2) \frac{1}{K_n'(ma_2)}, \quad u_4 = \frac{\partial u_{0n}^{*c,s}(a_2)}{\partial r} \frac{1}{K_n'(ma_2)}. \quad (19)$$

В итоге, решение уравнения Лапласа выглядит следующим образом

$$u = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(u_{0n}^{*c,s}(a_1) + C_2^{c,s} I_n(ma_1) + C_3^{c,s} K_n(ma_1) \right) \cos(ma_1 z) dm \right] \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} \quad (20)$$

Разработана обобщенная модель, учитывающая анизотропию проводимости по трем координатам $\{r, \varphi, z\}$, для каждого слоя k -слойной цилиндрически-слоистой среды. Для проводимостей по $\{r, \varphi, z\}$ – $\gamma_r^j, \gamma_\varphi^j, \gamma_z^j$ ($j=1 \div k-1$) в цилиндрических координатах уравнение Лапласа с учетом Фурье-преобразования имеет вид

$$\frac{\partial^2 u_n^{*c,s}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_n^{*c,s}}{\partial r} - \left(\frac{n^2}{r^2} (\Lambda_{r\varphi}^j)^2 + \lambda^2 (\Lambda_{rz}^j)^2 \right) u_n^{*c,s} = 0 \quad (21)$$

где $(\Lambda_{r\varphi}^j)^2 = \frac{\gamma_\varphi^j}{\gamma_r^j}$, $(\Lambda_{rz}^j)^2 = \frac{\gamma_z^j}{\gamma_r^j}$ – коэффициенты анизотропии.

Таким образом, обобщенное уравнение для распределения потенциала в зависимости от проводимости и анизотропии k -слойной цилиндрической среды имеет вид

$$u = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(u_{0n}^{*c,s}(a_1) + C_2^{c,s} I_{n\Lambda_{r\varphi}^1}(m\Lambda_{r\varphi}^1 a_1) + C_3^{c,s} K_{n\Lambda_{r\varphi}^1}(m\Lambda_{r\varphi}^1 a_1) \right) \cos(m\Lambda_{rz}^1 a_1 z) dm \right] \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} \quad (22)$$

Использование полученного уравнения (22) для решения обратной задачи позволяет восстановить значение удельного сопротивления внутри искомого слоя и, следовательно, определить его анизотропию.

3. Значение потенциала для слоистой цилиндрической структуры определяется путем разложения подынтегрального выражения, содержащего функции Бесселя II-го рода, в многочлен, степень которого зависит от расхождения аналитического решения и полиномиального разложения и определяется заданной точностью численного эксперимента.

Найденные распределения потенциалов (13), (14), (20), (22) содержат подынтегральные выражения с функциями Бесселя II-го рода, поэтому аналитическое вычисление соответствующих интегралов представляется затруднительным.

Для вычисления потенциалов слоистой цилиндрической структуры в практических задачах каротажа дегазационных скважин разработан программный комплекс, структура которого приведена на рисунке 2.

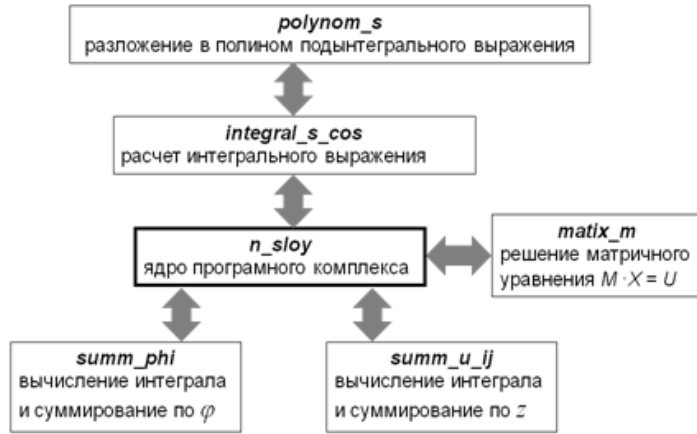


Рис. 2. Программный комплекс для решения прямой задачи

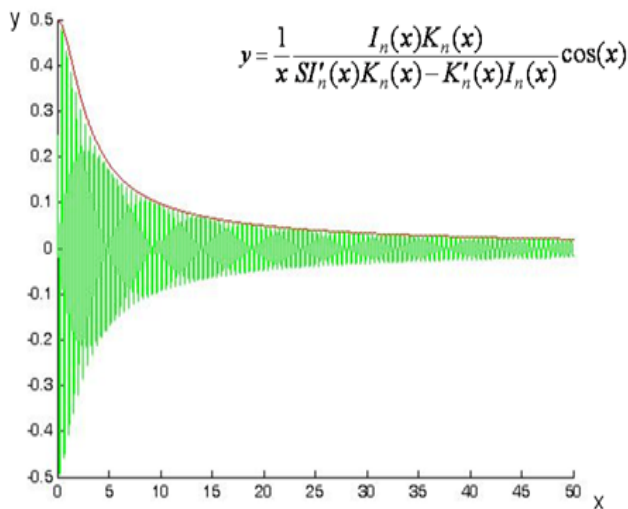


Рис. 3. Аппроксимация подынтегральной функции

С помощью функции разложения в многочлен *polynom_s* вычисляются коэффициенты полинома степени *n*, который аппроксимирует заданную функцию $y(x)$ методом наименьших квадратов (рис. 3). В результате получается строка длины $n+1$, содержащая коэффициенты аппроксимирующего полинома. Аппроксимация полиномом связана с вычислением матрицы Вандермонда V , элементами которой являются базисные функции

$$v_j = x \quad (23)$$

и последующим решением переопределенной системы уравнений

$$Vp=y(x), \quad (24)$$

где p – искомый столбец коэффициентов. Функция *integral_s_cos* возвращает значение подынтегрального выражения. С помощью функции *matrix_m* решается матричное уравнение методом исключения Гаусса и определяет-

сунке 4 представлены результаты применения разработанного алгоритмического и программного обеспечения для решения прямой задачи – восстановления распределения потенциала в узлах сетки в зависимости от заданных значений проводимости в этих точках.

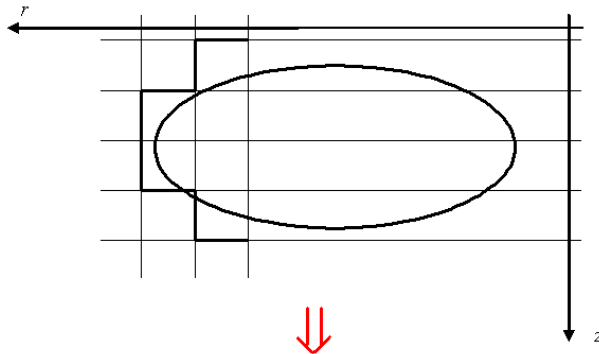


Рис. 4. Наложение сетки на эллиптический объект, задание значений проводимости и расчет потенциала в этих точках

Потенциал		q[1]-0.5	q[2]-1	q[3]-1.5	q[4]-2	q[5]-2.5	q[6]-3	q[7]-3.5	q[8]-4
z[6]-3	2.5	2.500000000	2.500000000	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[7]-3.5	2.499999999	2.499999999	2.500000000	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[8]-4	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[9]-4.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[10]-5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[11]-5.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[12]-6	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[13]-6.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[14]-7	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[15]-7.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[16]-8	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
z[17]-8.5	1.5	1.5	3	3	3	3	3	3	3
z[18]-9	1.5	3	3	3	3	3	3	3	3
z[19]-9.5	1.5	1.5	3	3	2.999999999	3	3	3	3
z[20]-10	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	3	3	3	3
z[21]-10.5	2	2	2	2	2	2	2	2	2
z[22]-11	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Потенциал		q[1]-0.5	q[2]-1	q[3]-1.5	q[4]-2	q[5]-2.5	q[6]-3	q[7]-3.5	q[8]-4
z[6]-3	0.130824557	0.125823030	0.118627090	0.110354097	0.101888511	0.093782949	0.086313886	0.079577471	0.073372121
z[7]-3.5	0.112539539	0.109308063	0.104490339	0.098703705	0.092506931	0.086313886	0.080385385	0.074860188	0.070337212
z[8]-4	0.098703705	0.096501859	0.093138385	0.088970317	0.084351951	0.079577471	0.074860188	0.070337212	0.066085493
z[9]-4.5	0.087878616	0.086313886	0.083882020	0.080798680	0.077292473	0.073593989	0.069794059	0.066085493	0.062496057
z[10]-5	0.079182543	0.078032130	0.076221393	0.073885827	0.071176254	0.068237118	0.065192404	0.062139565	0.059182543
z[11]-5.5	0.072046057	0.071176254	0.069794059	0.067987622	0.065898784	0.063509736	0.061033134	0.058506520	0.056085493
z[12]-6	0.066085493	0.065412278	0.064334572	0.062911515	0.061213439	0.059313545	0.057281117	0.055177048	0.053085493
z[13]-6.5	0.061033134	0.060501631	0.059645836	0.058506520	0.057133294	0.055579316	0.053896664	0.052132934	0.050412278
z[14]-7	0.056696600	0.056269769	0.055579316	0.054654031	0.053529600	0.052245169	0.050840181	0.049351852	0.047878616
z[15]-7.5	0.052934146	0.052586273	0.052021420	0.051260358	0.050329212	0.049257218	0.048074508	0.046810277	0.045579316
z[16]-8	0.049639062	0.049351852	0.048884052	0.048259298	0.047471939	0.046569192	0.045565927	0.044485158	0.043337212
z[17]-8.5	0.044113100	0.043681379	0.042976384	0.042018665	0.040834697	0.039454950	0.037911988	0.036238655	0.034549500
z[18]-9	0.039454950	0.039090754	0.038494734	0.037682498	0.036674319	0.035493818	0.034166575	0.032718812	0.031182543
z[19]-9.5	0.035284982	0.034974954	0.034466643	0.033772065	0.032906958	0.031889818	0.030740921	0.029481338	0.028125430
z[20]-10	0.031530367	0.031264289	0.030827349	0.030228917	0.029481338	0.028599254	0.027598875	0.026493812	0.025284982
z[21]-10.5	0.045421371	0.045268007	0.045015815	0.044669725	0.044236262	0.043732225	0.043139324	0.042493812	0.041806257
z[22]-11	0.043361122	0.043227634	0.043007868	0.042705752	0.042326512	0.041876435	0.041362594	0.040792573	0.040268007

4. Соответствие между аналитическим решением и результатом эксперимента для трехслойной цилиндрической среды в изотропном и анизотропном случаях обеспечивается разработанным алгоритмом адаптации низкочастотной электрической томографии.

Обратная задача – восстановление распределения проводимости по значениям тока и потенциала на границе исследуемого объекта, решена методом подбора с использованием критерия минимума $\| \Delta f \|$ - нормы расхождения модельных и экспериментальных данных $u-f=\Delta f$, который сводится к минимизации функционала

$$F(x) = \sqrt{\sum_{m=1}^M p_m \left(\frac{u_m - f_m(x)}{u_m} \right)^2}, \quad (25)$$

где p_m – вес измерения u_m , $\sum_{m=1}^M p_m = 1$. Для поиска минимума (25) использовался метод Нелдера – Мида. При этом решение прямой и обратной задач программно реализовано для изотропной модели многослойной среды и для нахождения коэффициента анизотропии в случае трехслойной тонкослойной среды с изотропным ядром.

Для нахождения распределения проводимости внутри цилиндрических объектов в зависимости от распределения потенциала на границе применялось математическое приложение *LCT Software*, разработанное на основе пакета *EIDORS*, который позволяет восстанавливать электрические параметры объектов по измерениям, сделанным на границе (рис. 5).

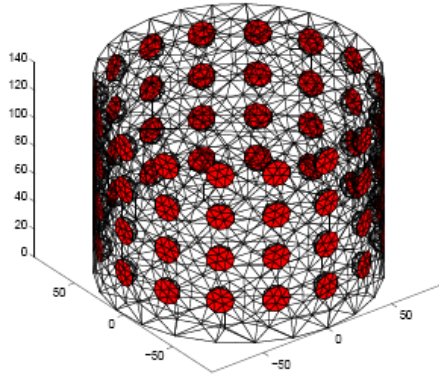


Рис. 5. Пример наложения сетки на объект цилиндрической формы (на рисунке закрашены поверхности соприкосновения с электродами)

При решении прямой задачи использовалась известная в электрической томографии полная математическая модель электродов, в которой электрический потенциал u в области Ω с распределением проводимости γ удовлетворяет уравнению $\nabla \gamma \nabla u = 0$. Возникающий электрохимический эффект, в виде тонкого слоя с высоким сопротивлением между поверхностью электрода и тела Ω , учитывается импедансом z_l .

С учетом того, что I_l – сила тока на l -ом электроде E_l условия на границе исследуемого объекта имеют вид

$$V_l = u + z_l \gamma \frac{\partial u}{\partial n}, I_l = \int_{E_l} \gamma \frac{\partial u}{\partial n} dS, \quad (26)$$

где V_l – напряжение на электроде E_l , n – внешний вектор нормали к поверхности рассматриваемого элемента. При этом плотность тока в промежутке между электродами

$$\gamma \frac{\partial u}{\partial n} = 0. \quad (27)$$

Согласно этой модели электродов матрица проводимости A с количеством узлов в сетке равных n , с k элементами и L электродами имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} A_c & A_e \\ A_e^* & A_d \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Здесь

$$A_c(i, j) = A_{c1}(i, j) + A_{c2}(i, j) = \int_{\Omega} \gamma \nabla \phi_i \nabla \phi_j dx dy dz + \sum_{l=1}^L \frac{1}{z_l} \int_{E_l} \phi_i \phi_j dS \quad (29)$$

для $i, j = 1 \div n$; ϕ_i и ϕ_j – функции, характеризующие форму объекта; A_{c1} – может быть вычислено методом, предложенным Вавасисом; A_{c2} – учитывает контактный импеданс элементов, находящихся под электродами. При этом A_e и A_d определяются следующим образом

$$A_e(i, j) = -\frac{1}{(z_i)_j} \int_{E_i} \phi_i dS \quad (30)$$

для $i=1 \div n$ и $l=1 \div L$;

$$A_d(i, l) = \begin{cases} |E_i| z_i^{-1} & i = l \\ 0 & i \neq l \end{cases} \quad (31)$$

для $i, j=1 \div L$. Здесь $|E_i|$ – поверхность l -го электрода. Далее рассчитывается вектор I и его ненулевая часть I_b для распределения значений потенциала в узлах сетки u_n и потенциалов на электродах V_L

$$A = \begin{bmatrix} A_e & A_d \\ A_e^* & A_d^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_n \\ V_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_b \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Решение обратной задачи заключается в нахождении устойчивого решения γ^* , которое минимизирует функцию

$$f(\gamma) = \frac{1}{2} (F(\gamma) - V)^* (F(\gamma) - V) = \frac{1}{2} \|F(\gamma) - V\|^2, \quad (33)$$

где $F(\gamma)$ – нелинейный оператор в задаче с n параметрами (объемными минимальными конечными элементами – тетраэдрами) и m измерениями, а V – вектор значений напряжения для определенных распределений значений силы тока.

В результате решения обратной задачи получено распределение проводимости с погрешностью 50% вблизи электродов и 5–10% в остальной области. При решении обратной задачи и восстановлении распределения сопротивления для модельных данных реализован численный алгоритм для трехслойной среды. В качестве начального приближения выбраны удельные сопротивления в 1-м и 2-м слоях, равные удельному сопротивлению воды при нормальных условиях, а радиус внутреннего слоя – половине радиуса цилиндрического объекта на уровне производимых измерений. Затем начальное приближение варьировалось в пределах 50% от приведенных значений. При этом решение оказалось устойчивым по отношению к выбору начальных данных. На рисунке 6 приведен результат вычислительного эксперимента, где $\theta = \frac{u(\varphi=0)}{u(z=0)}$ – отношение значений потенциалов для электродов, расположенных на одной оси, и электродов, расположенных на одном радиусе, Λ – коэффициент анизотропии.

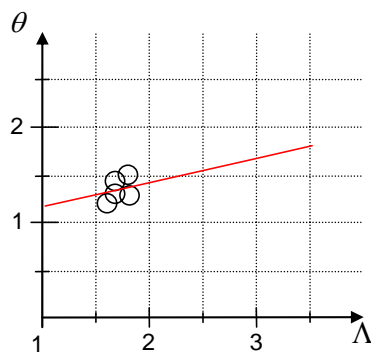


Рис. 6. Теоретическая зависимость θ от Λ и экспериментальные оценки коэффициентов анизотропии

приближение варьировалось в пределах 50% от приведенных значений. При этом решение оказалось устойчивым по отношению к выбору начальных данных. На рисунке 6 приведен результат вычислительного эксперимента, где $\theta = \frac{u(\varphi=0)}{u(z=0)}$ – отношение значений потенциалов для электродов, расположенных на одной оси, и электродов, расположенных на одном радиусе, Λ – коэффициент анизотропии.

В результате, для пяти серий модельных данных на границе трехслойной анизотропной среды получено

ние не более 9,5% между теоретической зависимостью и результатами эксперимента.

Применение предложенного подхода для обнаружения неоднородностей рассмотрено для трех вариантов расположения эллиптического включения вблизи дегазационной скважины (рис. 7):

- объект удален от скважины на расстояние, не превышающее половины мощности угольного пласта;
- объект находится на расстоянии половины мощности угольного пласта от скважины;
- объект находится на расстоянии, превышающем половину мощности угольного пласта.

При решении обратной задачи с помощью метода вложенных цилиндров для первого случая определен размер и удельное сопротивление цилиндра с измененной проводимостью (рис. 7, а), линейный размер которого незначительно отличается от размера включения (расхождение не более 8%).

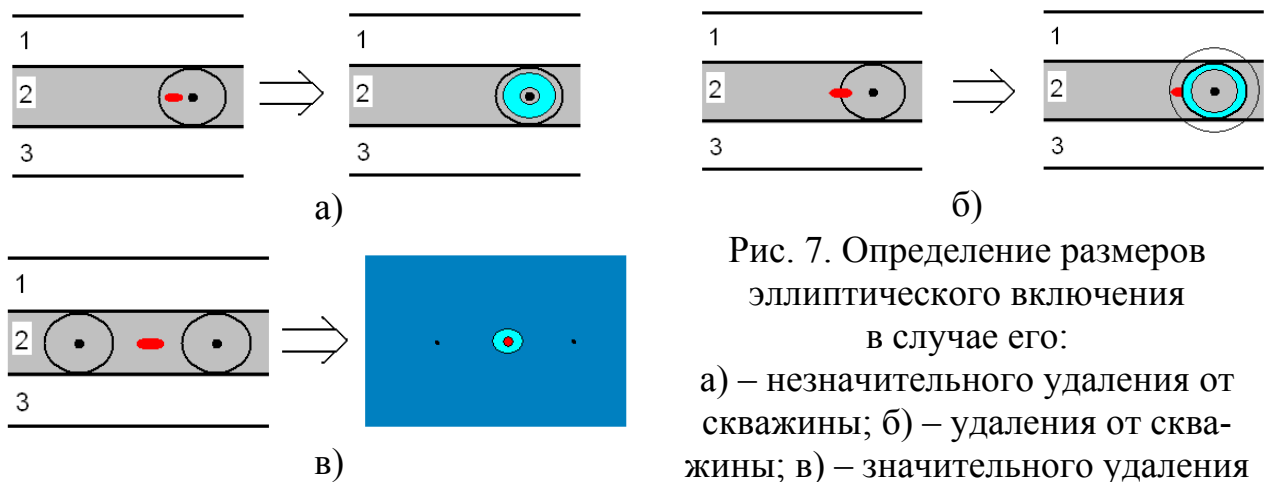


Рис. 7. Определение размеров эллиптического включения в случае его:
а) – незначительного удаления от скважины; б) – удаления от скважины; в) – значительного удаления от скважины

Во втором случае возможно только обнаружение включения, поскольку при рассмотрении цилиндра с радиусом большим половины мощности угольного пласта возникает неопределенность, связанная с оценкой проводимости 1-го и 3-го пластов (рис. 7, б). В третьем случае для обнаружения неоднородностей и определения их размеров необходимо использовать две скважины с размещением в одной источника, а в другой - приемника. При этом заменяя проводимость всех трех слоев на усредненную – между 1-ым и 3-им, поскольку на значительном удалении источника и приемника они будут давать наибольший вклад в значение потенциала согласно (7), и применяя цилиндрическую модель, можно определить размеры включения в виде цилиндра, размещенного в однородном слое (рис. 7, в).

Таким образом, предложенный подход позволяет обнаруживать неоднородности и определять их линейные размеры в углепородном массиве при различном удалении включения от дегазационной скважины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решена задача обнаружения неоднородностей на основе моделирования анизотропных слоистых углеродосодержащих структур для обеспечения мониторинга сложных объектов методом электрической томографии, имеющая существенное значение для применения математического моделирования при изучении физических свойств углепородного массива.

В диссертационной работе получены следующие основные выводы и результаты:

1. Обоснована возможность использования дегазационных скважин для исследования сопротивления и структуры угольного пласта по распределению удельного потенциала, измеренного методом низкочастотной электрической томографии. Многообразие вариантов пространственного размещения дегазационных скважин предоставляет уникальные возможности для нахождения включений различной природы.

2. Получено распределение кажущегося электрического сопротивления в зависимости от расположения источника тока на границе многослойной цилиндрически – симметричной среды в изотропном и анизотропном случаях, а также исследовано асимптотическое разложение, в результате которого выявленное расхождение составляет не более 1% от значений потенциала, полученных для аналитического выражения, при отношении поперечного расположения электродов к продольному >10 .

3. С использованием адаптированного математического пакета EIDORS получено распределение проводимости на поверхности углеродосодержащих материалов цилиндрической формы с погрешностью 5–10% в области, соответствующей асимптотическому решению уравнения Лапласа.

4. Разложение подынтегрального выражения, содержащего функции Бесселя II-го рода, в полином степени $n>10$ обеспечивает достоверную оценку распределения потенциала на границе цилиндрически-слоистой среды.

5. В вычислительном эксперименте с трехслойной анизотропной средой рассчитан коэффициент анизотропии для 5-ти вариантов различных условий. Отличие между значениями, полученными в результате эксперимента и определяемыми с помощью теоретической зависимости, составило не более 9,5%.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ

Ведущие рецензируемые научные издания

1. Тайлаков, Д.О. Обнаружение неоднородностей угольного пласта методом каротажа дегазационных скважин / Д.О. Тайлаков // Отдельный выпуск Горного информационно-аналитического бюллетеня. – 2008. – № ОВ4. – М. : МГГУ, 2008. – С. 235-239.

2. Тайлаков, Д.О. Технологии детектирования шахтного метана в малых концентрациях для решения задач мониторинга с учетом требований

Киотского протокола / В.А. Капитанов, Г.Г. Матвиенко, Ю.Н. Пономарев, О.В. Тайлаков, Е.Л. Счастливцев, М.П. Макеев, Д.О. Тайлаков // Горный Информационно-аналитический бюллетень. Тематическое приложение Кузбасс. – М. : МГГУ, 2008. – С. 158-163.

3. Тайлаков, Д.О. Неразрушающая диагностика живых деревьев методом низкочастотной электрической томографии / Ю.А. Дашевский, Д.О. Тайлаков // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2007.– Т. 10, № 4 (32). – С. 21–31.

Тезисы и доклады научных конференций

4. Тайлаков, Д.О. Дендротомография: математическое моделирование, физический эксперимент / Д.О. Тайлаков // Студент и научно-технический прогресс : материалы XLIV МНСК. – Новосибирск, 2006. – С. 50.

5. Тайлаков, Д.О. Мониторинг электрических характеристик биологических объектов методом электрической томографии / Д.О. Тайлаков / Физика и Эйнштейн : материалы докладов научной конференции. – Красноярск, 2005. – С. 113-117.

6. Тайлаков, Д.О. Низкочастотная электрическая томография природных и техногенных объектов: математическое моделирование, физический эксперимент / Д.О. Тайлаков / Студент и научно-технический прогресс : материалы XLIII МНСК, геология. – Новосибирск, 2005. – С. 55.

Научные издания

7. Тайлаков, Д.О. Мониторинг эмиссии метана из угольных пластов / О.В. Тайлаков, Д.О. Тайлаков // Уголь Кузбасса. Специальный выпуск, август-08. – Кемерово, 2006. – С. 74-76.

Подписано к печати 2009 г. Формат бумаги 60x84 1/16
Объем 1.0 п.л. Тираж 100 экз. РИО УРАН ИУУ СО РАН
650610, г. Кемерово, ул. Рукавишникова, 21