

На правах рукописи



ПОЛИЩУК ВЛАДИМИР ЮРЬЕВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕРМО-
КАРСТОВЫХ ПРОЦЕССОВ НА ТЕРРИТОРИИ МНОГОЛЕТНЕЙ
МЕРЗЛОТЫ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Барнаул – 2012

Работа выполнена в лаборатории геоинформационных технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской Академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Крутиков Владимир Алексеевич

Официальные оппоненты: Лагутин Анатолий Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет», заведующий кафедрой теоретической физики и волнового зондирования

Рюмкин Александр Иванович, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет», профессор кафедры прикладной информатики

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт радиотехники и электроники Российской Академии наук, Фрязинский филиал

Защита диссертации состоится 16 марта 2012 г. в 13 часов 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.005.04 в ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» по адресу: 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, 61.

С диссертационной работой можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» по адресу: 656049, г. Барнаул, пр. Ленина, 61.

Автореферат разослан ____ февраля 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н., профессор



С.А. Безносюк

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Потепление климата, ставшее одной из наиболее значимых глобальных проблем современности, приводит на северных территориях к росту аварийности на трубопроводах и других сооружениях нефтегазового комплекса. Снижение прочности многолетнемерзлых пород, вызываемое ускорением термокарстовых процессов под воздействием потепления, сопровождается ростом экономических и экологических ущербов на предприятиях отечественного нефтегазового комплекса, так как большинство газовых месторождений и значительная часть месторождений нефти в Западной Сибири располагаются в зоне вечной мерзлоты. Разработка мероприятий по снижению ущербов нефтегазодобывающих предприятий требует проведения исследований динамики термокарстовых процессов на территории вечной мерзлоты в условиях глобального потепления климата.

Поэтому изучение изменений термокарстовых процессов в зоне многолетней мерзлоты в связи с глобальными климатическими изменениями, несомненно, является актуальной проблемой, решение которой вследствие высокой степени заболоченности и труднодоступности территории многолетней мерзлоты проводится с применением данных дистанционного зондирования поверхности Земли. При этом в качестве наиболее пригодных индикаторов изменений термокарстовых процессов используются термокарстовые озёра, хорошо дешифрируемые на космических снимках. Так как расположение, форма и размеры озер изменяются во времени и пространстве, их совокупности можно рассматривать как поля термокарстовых озер, свойства которых определяются статистическими характеристиками площадей озер и параметров их местоположения, измеряемых на космических снимках с использованием средств геоинформационных систем.

Однако из-за преобладания на северных территориях облачной погоды не удается сформировать совокупность достаточного числа космических снимков, позволяющую проводить мониторинг динамики характеристик термокарстовых озер. Так, за 35-летний период на территории Западной Сибири удается отобрать лишь 3-5 качественных (без облачности) снимков, что явно недостаточно для исследований многолетней динамики площадей и параметров местоположения термокарстовых озер. В связи с этим экспериментальные исследования динамики характеристик термокарстовых озер на территории многолетней мерзлоты с использованием дистанционных методов оказываются информационно-дефицитными и поэтому недостаточно эффективными. Повышение эффективности и оперативности этих исследований может быть достигнуто на основе сочетания методов экспериментальных исследований и математического моделирования. При этом математическое моделирование позволяет изучать динамику термокарстовых озер на основе исследования изменений их свойств путем проведения компьютерных экспериментов с их моделью, параметры которой должны определяться на основе экспериментальных данных. Однако вопросы математического моделирования динамики полей термокарстовых озер в

настоящее время не разработаны, что и определяет актуальность диссертационной работы.

Целями диссертационной работы являются разработка математической модели и алгоритма численного моделирования пространственно-временной структуры полей термокарстовых озёр и создание программного комплекса.

Для достижения поставленных целей потребовалось решить следующие задачи:

- разработать математическую модель пространственно-временной структуры случайных полей термокарстовых озёр;
- разработать алгоритм численного моделирования случайных полей термокарстовых озёр;
- создать программный комплекс имитационного моделирования пространственно-временных изменений случайных полей термокарстовых озёр;
- создать базу данных, содержащую информацию о свойствах полей термокарстовых озёр в составе комплекса программ моделирования.

Объект исследования - поля термокарстовых озёр на территории многолетней мерзлоты.

Предмет исследования - динамика полей термокарстовых озёр в условиях климатических изменений.

Область исследования. По содержанию и результатам диссертация соответствует следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18: «п. 5. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента», «п. 7. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели», «п. 8. Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования».

Методы исследования базируются на методах теории вероятности и математической статистики, методах вычислительной геометрии и математического моделирования, численных методах, методах геоинформатики и методах объектно-ориентированного программирования.

Достоверность научных и практических результатов подтверждается использованием методов реанализа, методологии системного анализа и имитационного моделирования, а также обеспечивается применением статистических методов анализа, тестированием программного комплекса на контрольных примерах и апробацией на российских и международных конференциях.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

- предложена математическая модель случайных полей термокарстовых озёр, имитирующая озёра окружностями со случайными размерами и случайным распределением их центров на плоскости, пространственно-временная структура которых соответствует экспериментальным данным о свойствах реальных термокарстовых озёр;
- разработан алгоритм численного моделирования полей термокарстовых озёр, особенностью которого является направленность на генерирование псев-

дослучайных числовых последовательностей (троек чисел – площадь окружности и координаты ее центра), учитывающих экспериментально установленные статистические свойства реальных полей термокарстовых озер;

- разработан комплекс программ имитационного моделирования полей термокарстовых озер, включающий генератор псевдослучайных чисел для формирования числовых последовательностей (троек), позволяющих создавать совокупности окружностей с заданными пространственно-временными свойствами, и модуль отображения результатов с сохранением их в виде шейп-файлов (*.shp) для использования в геоинформационных системах.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии методологии моделирования применительно к исследованию динамики термокарстовых процессов на территории многолетней мерзлоты. Предложенные математическая модель и алгоритмы численного моделирования могут быть применены для исследования и прогнозирования изменений состояния термокарста на территории многолетней мерзлоты в условиях современных климатических изменений.

Практическая значимость определяется созданием программного комплекса имитационного моделирования полей термокарстовых озер, включающего генератор псевдослучайных последовательностей и модуль отображения результатов позволяющий использовать их в геоинформационных системах. Практическую ценность имеет база данных по свойствам термокарстовых озёр, включающая данные о площадях более чем 30000 озер на территории многолетней мерзлоты Западной Сибири. Практическую значимость имеют результаты прогнозирования изменения площадей термокарстовых озер исследуемой территории мерзлоты Западной Сибири на период до 2030 г.

Реализация и внедрение результатов работы. Результаты диссертации использованы при выполнении НИР в рамках проекта VII.63.1.2 «Развитие информационно-измерительных технологий и разработка алгоритмов многомерного анализа для мониторинга и моделирования природно-климатических изменений» (№ гос. рег. 01201051565) по программе фундаментальных исследований ИМКЭС СО РАН и по проекту № 4.10 «Комплексный мониторинг современных климатических и экосистемных изменений в Сибири» программы фундаментальных исследований Президиума РАН. Результаты диссертации использованы в ЮГУ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» по госконтракту Минобрнауки РФ № 14.740.11.0409 от 20.09.2010 и в рамках Аналитической ведомственной целевой программы Минобрнауки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы» по проекту № 1.2.11 (на 2011 год) «Изучение динамики термокарста в зонах многолетней мерзлоты Западной Сибири под воздействием глобального потепления с использованием геоимитационного моделирования и дистанционного зондирования», что подтверждается **актами и справками об использовании и внедрении** результатов диссертации.

При выполнении указанных НИР были использованы результаты диссертационной работы, связанные с исследованием динамики термокарстовых процессов на основе разработанной в диссертации математической модели полей

термокарстовых озер на территории многолетней мерзлоты. Результаты этой работы включены в отчеты по НИР и опубликованы в совместных статьях с исполнителями проектов - сотрудниками ИМКЭС СО РАН, ЮНИИИТ и ЮГУ.

Основные защищаемые положения:

- математическая модель полей термокарстовых озёр, представляющая собой совокупность окружностей со случайными размерами и случайным расположением на плоскости, пространственно-временные свойства которой определяются на основе данных дистанционного зондирования;

- алгоритмы численного моделирования пространственно-временной структуры полей термокарстовых озёр на основе экспериментально установленных дистанционными методами пространственно-временных свойств реальных полей термокарстовых озёр;

- комплекс программ имитационного моделирования полей термокарстовых озер для исследования их динамики и прогнозирования их свойств, особенностью которого является программный генератор псевдослучайных числовых последовательностей (троек чисел – площадь окружности и координаты ее центра), отображающих пространственно-временные свойства реальных полей термокарстовых озер.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на ниже перечисленных российских и международных научных конференциях, совещаниях, симпозиумах:

- «VIII сибирское совещание по климато-экологическому мониторингу», 8-10 октября 2009 г., Томск (на котором был получен диплом третьей степени).

- Международный научный конгресс «ГЕО-Сибирь 2010», 19-29 апреля 2010 г., Новосибирск.

- VII всероссийский симпозиум «Контроль окружающей среды и климата», 5-7 июля 2010 г., Томск.

- ESA Living planet Symposium, 28 июня - 2 июля 2010 г., Берген, Норвегия.

- VIII Всероссийской открытой конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», 15-19 ноября 2010 г., Москва.

- Международная молодежная школа и конференция CITES - 2011, 3-12 июля 2011 г., Томск.

- Девятая всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», 14-18 ноября 2011 г., Москва.

Публикации по теме работы. По теме диссертации опубликовано 19 работ, из них 6 в изданиях из перечня ВАК России, получено 3 свидетельства об официальной регистрации компьютерных программ и базы данных.

Личный вклад автора. Постановка диссертационных задач велась совместно с научным руководителем В.А. Крутиковым. Экспериментальное обоснование разработанной модели выполнено с участием Ю.М. Полищука. Подготовка климатических данных на основе реанализа проведена с привлечением Т.М. Шульгиной. Основные научные результаты получены автором самостоя-

тельно. Автором самостоятельно разработаны алгоритмы численного моделирования полей термокарстовых озер и информационно-моделирующий программный комплекс. База данных по площадям термокарстовых озер сформирована с участием Н.А. Брыксиной, выполнившей дешифрирование космических снимков.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объём диссертации составляет 155 страниц, включая 63 рисунка, 21 таблицу, а также приложения и список использованной литературы из 170 наименований. Общий объём публикаций 4,38 п.л. (лично автора – 1,79 п.л.).

Благодарности. Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. В.А. Крутикову за большую помощь и поддержку при выполнении работы. Автор благодарит соавторов своих научных работ Н.А. Брыксину, В.Н. Копылова, Ю.М. Полищука и Т.М. Шульгину за помощь в работе и полезные обсуждения результатов исследований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность проблемы математического моделирования полей термокарстовых озер на основе данных дистанционного зондирования Земли. Сформулированы основные цели и задачи диссертационного исследования, научная новизна и практическая значимость работы. Описаны структура и краткое содержание диссертационной работы.

В первой главе проведен анализ литературных источников по использованию методов и данных дистанционного зондирования в геокриологических исследованиях, по результатам которого установлено, что хорошо дешифрируемые на космических изображениях термокарстовые озёра являются наиболее пригодными геоморфологическими индикаторами криогенных изменений поверхности в условиях вечной мерзлоты. Насколько можно судить по результатам анализа публикаций, посвященных математическому моделированию термокарстовых процессов, в настоящее время не разработаны модели, позволяющие учитывать пространственно-временные изменения случайных полей термокарстовых озер.

Показано, что термокарстовые озера на территории многолетней мерзлоты, испытывающие изменения во времени и в пространстве, могут рассматриваться как случайные поля термокарстовых озер с пространственно-временной структурой.

Дистанционными исследованиями внутрисезонной динамики площадей озер установлено, что величина относительного изменения средней площади озер, усредненная по всем исследованным участкам, не превышает 2%. Это позволяет при формировании коллекции космических снимков для исследования межгодовой динамики площади озер выбирать безоблачные оптические снимки Landsat в произвольные месяцы теплого сезона.

Во второй главе рассмотрены результаты исследования многолетней динамики площадей озер в зонах мерзлоты на территории Западной Сибири. Исследования проведены на 29 тестовых участках (ТУ), выбранных в местах наи-

более развитого термокарста. Число тестовых участков выбиралось приблизительно равномерно в каждой зоне многолетней мерзлоты: в сплошной зоне находится 12 тестовых участков, в прерывистой - 10, а в островной - 7.

Для проведения исследований динамики состояния термокарстовых озер с помощью программных средств ArcGIS 9.3 измерялись площади водных поверхностей озер на разновременных космических снимках. Так как при моделировании необходимо учитывать плотность расположения озер, то были исследованы изменения численности и плотности размещения термокарстовых озёр на территории исследованных ТУ. Сравнение данных о плотности озёр на разных ТУ показывает, что на территории многолетней мерзлоты Западной Сибири средние значения плотности озёр для каждого тестового участка значительно изменяются в пределах от 0,15 до 0,92 озера на км² в среднем составляя 0,41 озёр на 1 км², а число озёр для каждого тестового участка изменяется от 389 до 2731.

Проведен статистический анализ экспериментальных данных о свойствах случайных полей термокарстовых озер. Исследованы законы распределения значений географических широты и долготы расположения центров озер. Установлено, что экспериментальные законы распределения координат центров озер на плоскости согласно критерию χ^2 соответствуют закону равномерной плотности с доверительной вероятностью 95%.

Проведено исследование статистического распределения термокарстовых озёр по их площадям на основе данных, полученных для отдельных тестовых участков. Установлено, что общим для всех ТУ является экспоненциальный характер закона распределения. Учитывая, что экспериментальные гистограммы распределения термокарстовых озер по площадям на всех ТУ могут быть аппроксимированы экспоненциальной функцией, для удобства моделирования выбрано однопараметрическое показательное распределение с плотностью вероятности площадей (s) в виде:

$$f(s) = \lambda \times e^{-\lambda s}, \quad (1)$$

где λ – параметр распределения, значение которого определяется по экспериментальным данным как величина, обратная средней площади термокарстовых озер на тестовом участке.

Для обоснования возможности использования показательного закона распределения озер по площадям при моделировании полей термокарстовых озер проверено соответствие этого закона экспериментальным гистограммам. Результаты проверки показали, что на всех ТУ этот закон соответствует экспериментальным данным согласно критерию χ^2 с вероятностью в среднем 90%.

Проведено исследование статистической связи изменений значений географических широты и долготы (координат центров) термокарстовых озер. С этой целью был проведен расчет коэффициента корреляции между измеренными значениями географических широты и долготы местоположения озер. Расчет величины коэффициента корреляции на разных ТУ показывает отсутствие корреляционной связи между рассматриваемыми величинами. Так, коэффициенты корреляций изменений значений долготы и широты по данным на ТУ-1, ТУ-9 и ТУ-20, расположенных в разных зонах мерзлоты, принимают значения

0,02, -0,01 и -0,08 соответственно, что показывает практическое отсутствие корреляционной связи между изменениями координат центров озер и позволяет сделать вывод о статистической независимости изменений широты и долготы местоположения центров озер.

Изучена статистическая взаимосвязь изменений площадей термокарстовых озер и координат их центров. Получено, что коэффициенты корреляции между значениями площадей озер и координат центров этих озер на разных ТУ принимают значения в интервале между - 0,09 и + 0,04. Это позволяет сделать вывод о статистической независимости изменений площадей и координат расположения центров озер в разных зонах мерзлоты. Из изложенного видно, что важным свойством полей термокарстовых озер является статистическая независимость изменений случайных величин координат центров и площадей озер, что позволяет упростить алгоритмы численного моделирования полей термокарстовых озер.

Рассмотрена возможность аппроксимации формы береговых границ термокарстовых озер окружностями. Предложена методика статистического анализа дистанционных данных о случайных отклонениях береговой границы озёр от окружности, предполагающая наложение на изображение береговых границ термокарстового озера лучевой диаграммы и определение длин отрезков радиальных линий (лучей) l_j , ($j=1,\dots,16$). Лучевая диаграмма составлена из лучей, выходящих под углом $22,5^\circ$ относительно друг друга из условного центра озера, определяемого с использованием средств ArcGIS 9.3. Измерение длины каждого отрезка l_j также проводилось средствами ArcGIS 9.3. Всего было исследовано 10 случайно выбираемых на космическом снимке озер, расположенных в разных зонах мерзлоты. Для каждого из исследуемых озёр рассчитывались средние значения длин отрезков по радиальным лучам. Найденное среднее значение \bar{l}_j далее интерпретировалось как радиус окружности, аппроксимирующей линию береговой границы отдельного озера. Для определения погрешности замены формы границ реального озера окружностью использовалась площадь круга радиусом \bar{l}_j . Получено, что среднеквадратическая погрешность, возникающая при замене реальных границ озёр окружностями, относительно невелика и в разных зонах мерзлоты не превышает 5 %. Поэтому, при моделировании полей термокарстовых озер форма границ озер может быть аппроксимирована окружностью.

Исследована взаимосвязь климатических и геокриологических изменений. Для изучения этой взаимосвязи климатических и геокриологических изменений необходимо совпадение местоположения метеостанций и тестовых участков (или, по крайней мере, их близкое расположение). Метеостанции и тестовые участки, как правило, значительно удалены друг от друга, что объясняется расположением метеостанций на труднодоступных территориях многолетней мерзлоты по берегам рек или в населённых пунктах. В связи с этим исследование взаимосвязи изменений площадей термокарстовых озёр и климатических показателей (среднегодовой температуры воздуха и уровня осадков) проведено с использованием данных о температуре и осадках, полученных методом ре-

нализа, позволяющего определить значения климатических показателей в местах расположения ТУ.

Известно, что основная идея реанализа заключается в том, что на основе анализа накопленных за период нескольких десятилетий данных различных архивов метеорологических наблюдений формируются наборы однородных данных, которые представляются в виде полей климатических показателей.

В настоящей работе для определения температурных характеристик использовались данные европейской системы *Reanalysis ECMWF* (European Center for Medium-Range Weather Forecast) версий *ERA-40* и *ERA-INTERIM*, а для определения уровня осадков данные японской системы *APHRODITE JMA* (Asian Precipitation - Highly-Resolved Observational Data Integration Towards Evaluation of Water Resources Japan Meteorological Agency). Для проведения расчетов в нашей работе была использована созданная в ИМКЭС СО РАН информационно-вычислительная веб-ГИС-система для анализа и визуализации метеорологических и климатических данных реанализа, обеспечивающая доступ к архивам выбранных данных и реализующая вычисления для заданных пользователем входных условий. По результатам расчетов создан набор двумерных карт полей климатических параметров для периода с 1973 по 2007 гг. На рисунке 1 для примера приведена карта температурного поля на территории Западной Сибири, полученная с помощью *Reanalysis ECMWF ERA-40*. Белой линией на карте показаны береговые границы Ледовитого океана и Обской губы.

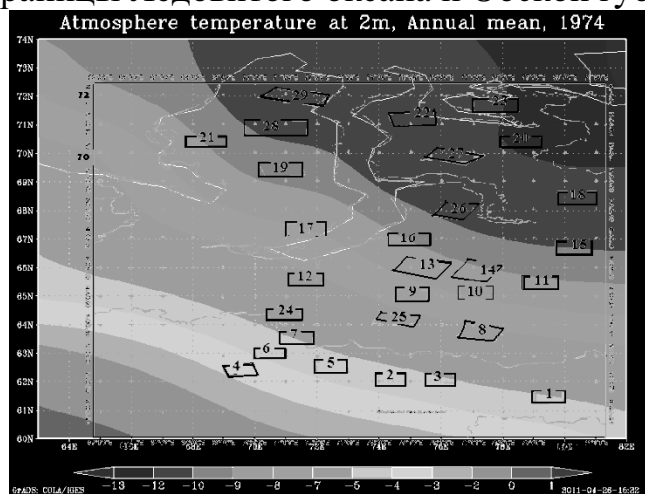


Рис. 1. Совмещение карт расположения тестовых участков и температурного поля по данным реанализа, Западная Сибирь, июль 1974 г.

Для полученных временных рядов климатических и термокарстовых показателей определены линии тренда с использованием уравнения линейной аппроксимации вида:

$$y = \alpha \times x + B, \quad (2)$$

где α – коэффициент линейного тренда; B – свободный член уравнения аппроксимации; x – время (годы).

Известно, что положительный знак коэффициента α в уравнении (2) означает увеличение в среднем анализируемого показателя в исследуемый период, а

отрицательное значение коэффициента α в период времени наблюдений показывает в среднем уменьшение значения показателя. Проведенный анализ приземной температуры по данным реанализа (рис. 1) позволил установить, что среднегодовая, среднелетняя и среднезимняя температуры проявляют положительный тренд с коэффициентами 0,057, 0,057 и 0,049 град.С/год соответственно. Коэффициенты трендов примерно одинаковы, поэтому можно использовать в дальнейшем более доступную информацию о среднегодовых температурах. Заметим, что среднегодовая температура за три последних десятилетия на изучаемой территории многолетней мерзлоты возросла на 1,6 град.С, что соответствует данным других исследователей.

Проведено исследование изменений годовой суммы осадков. Установлено, что коэффициент линейного тренда временного хода годовых сумм осадков отрицательный и равный -3,32 мм/год. Эта величина означает, что уровень осадков на территории мерзлоты имеет тенденцию в среднем убывать со временем и за последние три десятилетия он уменьшился (по данным реанализа) на 25%, что также соответствует результатам исследований на метеостанциях, например, на Аляске и в Якутии.

Проведено исследование статистической взаимосвязи изменений температуры в разных зонах мерзлоты («дружность» изменений температуры). Для этого были рассчитаны коэффициенты корреляции среднегодовых значений температур воздуха для каждой зоны мерзлоты. Установлено, что наиболее высокую корреляцию (0,94 и 0,92) показывают изменения температуры в соседних зонах мерзлоты (островная – прерывистая, прерывистая – сплошная).

В ходе исследования взаимосвязи свойств термокарстовых озер и климатических параметров установлено, что увеличение среднегодовой температуры воздуха сопровождается в среднем сокращением площади озёр. Для учета обнаруженной закономерности влияния потепления климата на изменение состояния термокарста, должна быть учтена при разработке модели полей термокарстовых озер проведен многомерный регрессионный анализ временных рядов климатических показателей (температуры и осадков) и параметра λ как показателя термокарстовых изменений.

Результаты множественного регрессионного анализа временных рядов представляются уравнением множественной регрессии в виде:

$$\lambda = c_0 + c_1 * x_1 + c_2 * x_2 + c_3 * x_3, \quad (3)$$

где x_1 – среднегодовая температура воздуха, x_2 – уровень осадков, x_3 – время.

В результате проведенного с помощью MSExcel регрессионного анализа получены следующие значения коэффициентов уравнения регрессии (3): $c_0 = -0,585 \text{ га}^{-1}$; $c_1 = 0,00062 \text{ га}^{-1}/\text{град.С}$; $c_2 = 0,000014 \text{ га}^{-1}/\text{мм}$; $c_3 = 0,00032 \text{ га}^{-1}/\text{год}$.

В третьей главе сформулированы основные положения, определяющие существенные свойства модели пространственно-временной структуры полей термокарстовых озер, а именно:

1) формы береговых границ озер могут быть представлены уравнением окружности с координатами центров x_i , y_i и площадью s_i (i – номер озера);

2) пространственные изменения координат центров окружностей и их площадей статистически независимы;

3) случайное распределение каждой из координат центров окружностей $x_i, y_i, i = \overline{1, n}$, определяется законом равномерной плотности;

4) случайное распределение числа окружностей по их площадям определяется показательным законом распределения в виде (1) с параметром λ ;

5) временные изменения статистических свойств поля термокарстовых озер определяются зависимостью параметра λ от времени в виде уравнения линейного тренда (2);

б) зависимость параметра распределения термокарстовых озер по площадям от температуры и осадков описывается уравнением множественной регрессии вида (3).

Модель поля термокарстовых озер будет представлять собой совокупность случайных окружностей (рис. 2). Координаты точек каждой окружности рассчитываются в виде:

$$x_{ki} = R_i * \cos \theta_i + x_i, \quad (4)$$

$$y_{ki} = R_i * \sin \theta_i + y_i, \quad (5)$$

где R_i - радиус i -й окружности, рассчитанный по формуле: $R_i = \sqrt{s_i / \pi}$; x_{ki} и y_{ki} - координаты k -й точки i -й окружности, $k = \overline{1, m}$; θ_i - угол между осью системы координат i -й и радиусом.

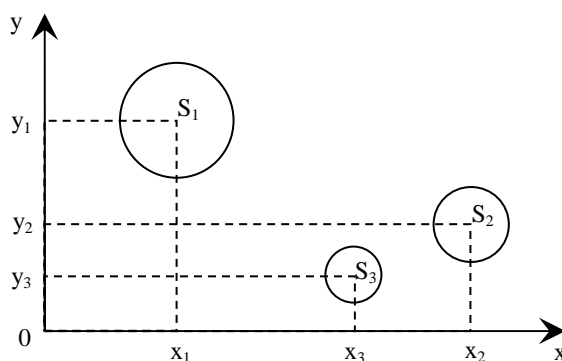


Рис. 2. Геометрическая интерпретация фрагмента математической модели поля термокарстовых озер в виде совокупности случайных окружностей

При разработке алгоритма учитывалось отсутствие статистической связи между изменениями координат озер и их площадями, что было показано выше на основе расчета коэффициентов корреляции между изменениями координат центров озер и между изменениями площадей озер и координат их центров. Поэтому при моделировании полей термокарстовых озер совместная плотность вероятностей координат центров озер (x, y) и их площадей (s) представляется в виде:

$$f(x, y, s) = f(x) \times f(y) \times f(s), \quad (6)$$

где $f(x)$ и $f(y)$ - плотности вероятности равномерного распределения; $f(s) = \lambda \times e^{-\lambda s}$, $\lambda = 1 / S_{cp}$, S_{cp} - средняя площадь озер на территории тестового участка, определяемая по экспериментальным данным на основе космических снимков.

С учетом уравнения (6) генерирование последовательности случайных чисел, определяющих характеристики местоположения центров окружностей, проводится с использованием стандартного статистического датчика псевдослучайных чисел (встроенного в среду разработки Delphi7), распределенных по закону равномерной плотности. Важно отметить, что случайная величина s , распределенная по показательному закону, определяется путем преобразования равномерно распределенных псевдослучайных чисел в соответствии с уравнением:

$$s_i = -\frac{1}{\lambda} \ln z_i, \quad (7)$$

где z_i – числа с равномерным распределением в интервале (0,1).

Следовательно, для формирования одной окружности необходимо генерировать тройку статистически независимых псевдослучайных чисел, два из которой распределены по равномерному закону, а третье число имеет показательное распределение.

Отметим особенности моделирования динамики полей термокарстовых озер. Введем в рассмотрение модель пространственно-временной структуры полей термокарстовых озёр в виде совокупности (временной последовательности) математических моделей, в которой каждая из частных моделей относится к определенному моменту времени:

$$M_{ПВ} = \{M_{П}(t_1), \dots, M_{П}(t_j), \dots, M_{П}(t_n)\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (8)$$

где $M_{П}(t_j)$ – математическая модель пространственной структуры поля озер, относящаяся к t_j -му году.

При моделировании пространственно-временной структуры полей термокарстовых озер важным является учёт как временной зависимости, так и зависимости от климатических параметров (температуры и уровня осадков). Как следует из выше изложенного, распределение их центров не зависит от времени. Зависимость от времени проявляется только в изменении параметра λ закона распределения озёр по их площадям.

С учетом выше изложенных свойств предложенной модели и регрессионного уравнения (3) разработан алгоритм численного моделирования полей термокарстовых озер в следующем виде:

- шаг 1 – задаётся год моделирования t_j , $j = 1, \dots, n$;
- шаг 2 – задаются площади ($S_{му}$) исследуемого модельного участка (МУ);
- шаг 3 – задается плотность озёр ($\delta_{му}$) на территории МУ;
- шаг 4 – определяется число окружностей на исследуемом МУ по формуле: $N_{му} = S_{му} \times \delta_{му}$;
- шаг 5 – задается центр расположения МУ на цифровой карте;
- шаг 6 – определяется параметр λ по формуле (3) для заданных значений температуры и времени (годы);
- шаг 7 – генерируется псевдослучайное число, распределенное по равномерному закону;

шаг 8 – с использованием числа, полученного на предыдущем шаге, рассчитывается по формуле (7) псевдослучайное число, характеризующее величину площади окружности;

шаг 9 – генерируется два псевдослучайных числа, распределенных по равномерному закону, определяющих координаты местоположения центра окружности на экране;

шаг 10 – с использованием тройки чисел (x, y, s) , полученных на предыдущих шагах 8 и 9, с использованием уравнений (4) и (5) формируется окружность на экране;

шаг 11 – если количество полученных окружностей меньше $N_{\text{мр}}$, определенного на шаге 4, то повторяется алгоритм с шага 7, иначе алгоритм завершён.

Схема алгоритма численного моделирования полей термокарстовых озёр приведена на рисунке 3.

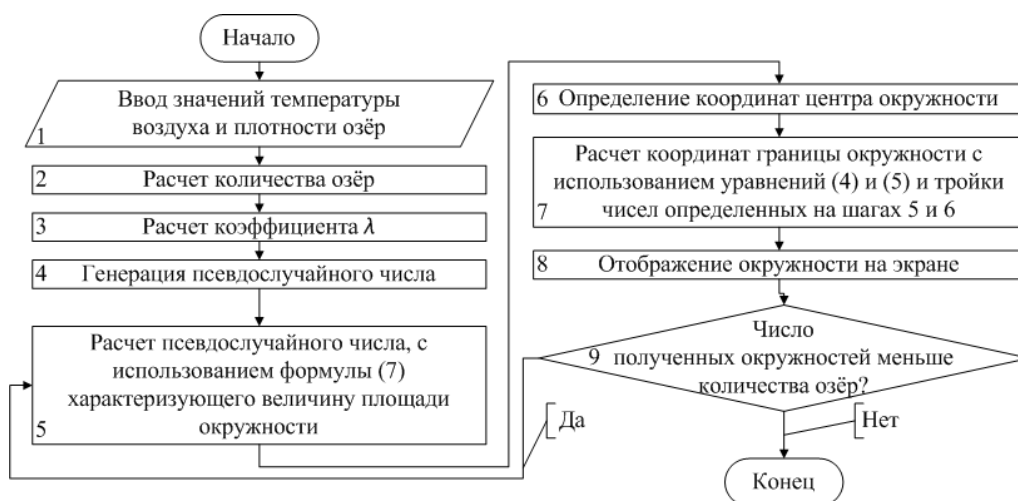


Рис. 3. Блок-схема алгоритма моделирования полей термокарстовых озёр на основе указанного значения температуры воздуха

В четвертой главе приведена структурная схема комплекса программ имитационного моделирования полей термокарстовых озёр. В состав разработанного комплекса входят следующие основные компоненты:

- 1) подсистема моделирования полей термокарстовых озёр;
- 2) подсистема отображения результатов моделирования;
- 3) база данных;
- 4) подсистема формирования массивов данных.

В состав **подсистемы имитационного моделирования полей термокарстовых озёр** входят следующие основные блоки:

- модуль ввода данных;
- генератор псевдослучайных числовых последовательностей;
- модуль вывода данных.

Модуль ввода данных предназначен для обеспечения генератора псевдослучайных числовых последовательностей (ГПЧП) значениями параметров модели.

Генератор псевдослучайных числовых последовательностей предназначен для формирования случайных числовых последовательностей при реализации алгоритмов численного моделирования полей термокарстовых озер.

Модуль вывода данных предназначен для преобразования результатов моделирования в один из следующих форматов:

- Microsoft Excel (*.xls);
- Векторный формат (*.shp);
- Растровый формат (*.jpeg).

С помощью **подсистемы отображения результатов моделирования** выходные данные можно отобразить либо на цифровой карте средствами геоинформационной системы ArcGIS, либо в виде электронной таблицы и графика в MSExcel.

База данных представляет собой хранилище пространственной и атрибутивной информации об объектах исследования, полученной в ходе натурального эксперимента на основе данных дистанционного зондирования Земли.

Подсистема формирования массивов данных позволяет извлекать из базы данных необходимую информацию об объекте исследования и создавать массивы данных для проведения модельных экспериментов в соответствии с разработанными сценариями.

Генератор псевдослучайных числовых последовательностей является основной составной частью подсистемы имитационного моделирования. Рассмотрим более подробно работу генератора псевдослучайных числовых последовательностей по шагам. **На первом шаге** по формуле (3) вычисляется параметр λ с учетом указанных показателей (год, температура, уровень осадков). **На втором шаге** производится генерирование тройки псевдослучайных чисел, распределенных по равномерному закону распределения, причем два из них – это координаты центра озера. **На третьем шаге** с применением полученного на первом шаге значения λ рассчитывается псевдослучайное число, распределенное по показательному закону распределения, представляющее площадь озера. Таким образом, результатом работы генератора псевдослучайных числовых последовательностей является генерирование тройки псевдослучайных чисел, отображающих площадь озера и две координаты его центра, соответственно.

В исследовании адекватности модели сравнивались два массива данных (по 29 значений по числу ТУ): первый массив – это усредненные за период исследований экспериментальные средние значения площадей термокарстовых озер для каждого ТУ, второй массив – это средние за этот же период значения площадей модельных термокарстовых озер, рассчитанных с использованием разработанной модели. Была проведена проверка статистической гипотезы о достоверности различия выборок (массивов) по критерию Стьюдента. В результате получено при доверительной вероятности 95%, что значение критерия Стьюдента $t_{\beta} = 0,62 < t_{\beta_табл} = 2,003$, что дает основания принять заключения о

том, что разработанный программный комплекс генерирует модельные площади адекватные экспериментальным данным.

Изложим результаты исследования динамики полей термокарстовых озер в виде модельных экспериментов в соответствии с рассмотренными ниже сценариями.

Сценарий 1 (региональный). *Моделирование динамики поля термокарстовых озер на основе данных о средних площадях озер на ТУ, усредненных по всей исследуемой территории мерзлоты.*

Значения параметра λ в этом случае рассчитываются с использованием формулы множественной регрессии:

$$\lambda = -0,585 + 0,00062 \times x_1 + 0,00032 \times x_2 + 0,00014 \times x_3, \quad (9)$$

где x_1 - среднегодовая температура воздуха ($^{\circ}\text{C}$), x_2 - время (год), x_3 - годовая сумма осадков.

По результатам моделирования поля термокарстовых озер определялись средние значения площадей модельных озер. Проведена оценка точности моделирования средних площадей озер. Среднеквадратическая погрешность математического моделирования рассчитывалась по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^u \frac{(x_i - y_i)^2}{x_i}}{n-1}},$$

где x_i и y_i - средние значения экспериментальных и модельных площадей озер соответственно, относящиеся к определенному году исследования, $i = \overline{1, u}$, u - число лет, для которых имелись безоблачные космические снимки.

Полученная погрешность моделирования для 1-го сценария составила 17%.

Сценарий 2 (зональный). *Моделирование поля термокарстовых озер на основе данных о средних площадях озер на ТУ, усредненных по территории зоны прерывистой мерзлоты.*

Расчет параметра λ для сценария 2 производился, как и в сценарии 1, по формуле (9). Расчетная погрешность моделирования для 2-го сценария составила 22%, что можно считать практически приемлемым для моделирования полей термокарстовых озер.

Приведенные выше оценки погрешностей моделирования по двум сценариям позволяют принять заключение о практической применимости программного комплекса для имитации полей термокарстовых озер.

Сценарий 3. *Прогнозирование динамики полей термокарстовых озер на основе трендов изменения температуры и осадков по данным реанализа на период 2002-2030 гг.*

По данному сценарию расчет параметра λ проводится как с учетом уровня осадков по формуле множественной регрессии (9), так и без учета уровня осадков по формуле множественной регрессии в виде:

$$\lambda = -0,496 + 0,00049 \times x_1 + 0,00028 \times x_2,$$

где x_1 - среднегодовая температура воздуха ($^{\circ}\text{C}$), x_2 - время (годы).

Среднегодовая температура воздуха определена по уравнению линейного тренда, полученного с использованием данных реанализа ERA-40 и приведенного в диссертации в подразделе 4.6. Годовая сумма осадков определена по уравнению линейного тренда, полученного с использованием данных реанализа APHRODITE JMA и приведенного в диссертации в подразделе 2.6.

В подразделе 4.6 диссертации приводятся результаты прогнозирования в виде графиков временных ходов средних площадей модельных озер, полученных как с учетом осадков, так и без них. Сравнение указанных выше прогнозных временных ходов показало, что прогнозные оценки средних площадей термокарстовых озер, рассчитанных как с учетом осадков, так и без них, практически совпадают в среднем. Следовательно, при прогнозировании динамики площадей озер можно не учитывать влияние осадков.

Сценарий 4. *Прогнозирование динамики полей термокарстовых озер на основе трендов изменения температуры и осадков по данным реанализа ERA-INTERIM на период 2010-2030 гг.*

Значения параметра λ в этом случае рассчитываются с использованием уравнений множественной регрессии, как в сценарии 3. Среднегодовая температура воздуха определена по уравнению линейного тренда, полученного с использованием данных реанализа ERA-INTERIM и ERA-40 и приведенного в диссертации в подразделе 4.6. Годовая сумма осадков определена по уравнению линейного тренда, полученного с использованием данных реанализа APHRODITE JMA и приведенного в диссертации в подразделе 2.6.

Сравнение прогнозных оценок временных рядов средних площадей озер, полученных с использованием данных систем реанализа ERA-INTERIM и ERA-40, сравнение показало их практическое совпадение в среднем, что иллюстрирует график временных ходов средних площадей озер на рисунок 4-а. Следовательно, при прогнозировании динамики площадей озер с применением разработанного программного комплекса моделирования можно использовать данные реанализа ERA-INTERIM наряду с данными реанализа ERA-40. Кроме этого выполненные по сценарию 4 исследования показывают, что сокращение площадей озер к 2030 году в среднем может составить 9,6% по сравнению с 2010 годом.

Сценарий 5. *Прогнозирование динамики полей термокарстовых озер на основе трендов изменения температуры и осадков по данным реанализа ERA-INTERIM на период 2010-2050 гг.*

При моделировании полей термокарстовых озер по данному сценарию значения параметра λ рассчитываются с использованием уравнения множественной регрессии (9). Среднегодовая температура воздуха определена с использованием уравнения линейного тренда, полученного по данным реанализа ERA-INTERIM и приведенного в диссертации в подразделе 4.6. Годовая сумма осадков определена по уравнению линейного тренда, полученного с использованием данных реанализа APHRODITE JMA и приведенного в диссертации в подразделе 2.6.

Результат прогнозирования временных ходов средних площадей термокарстовых озер на период 2010-2050 гг. приведен на рисунке 4-б, где пунктирными

линиями показан интервал предсказания прогнозных значений. Из графика видно, что если в течение следующих четырех десятилетий тенденции роста приземной среднегодовой температуры будут сохраняться, то следует ожидать сокращения площадей термокарстовых озер. Расчет показывает, что сокращение площадей озер к 2050 году в среднем может составить 16,4% по сравнению с 2010 годом.

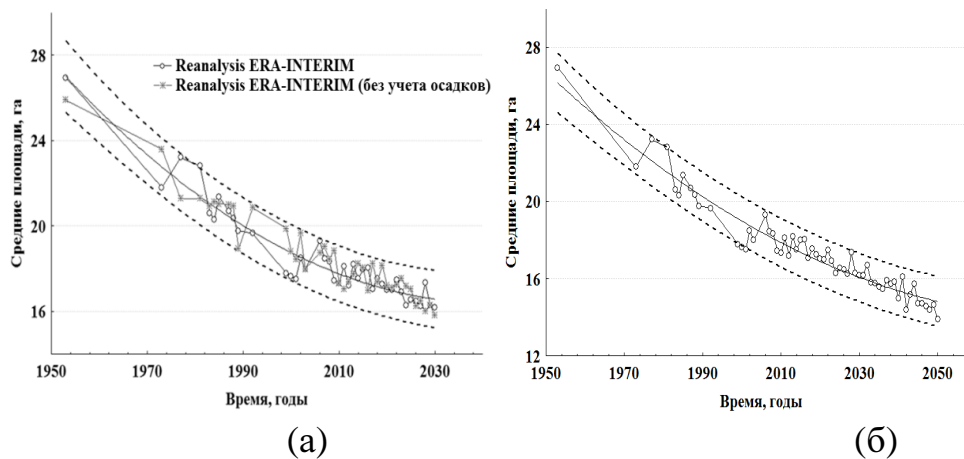


Рис. 4. Прогнозирование временных ходов средних площадей термокарстовых озер на период до 2030 г. (а) и до 2050 г. (б).

В заключении приводятся основные научные результаты, полученные в диссертационной работе, которые состоят в следующем:

1. Исследование на основе космических снимков статистических свойств извилистости береговых границ термокарстовых озер показало, что случайные отклонения береговых границ озер от окружностей невелики и их среднеквадратические отклонения в разных зонах мерзлоты не превышают 5%. Следовательно, при моделировании полей термокарстовых озер береговые границы термокарстовых озер могут быть аппроксимированы окружностью.

2. Исследованы статистические свойства случайных полей термокарстовых озер на основе данных дистанционного зондирования Земли. Показано, что распределение центров озер удовлетворяет закону равномерной плотности, распределение термокарстовых озер по их площадям удовлетворяет показательному закону в виде (1). Показано также, что как изменения координат центров озер, так и изменения площадей озер и координат их центров статистически независимы.

3. С использованием данных о климатических изменениях использованы климатические показатели, полученные методом реанализа, исследованы взаимосвязи термокарстовых и климатических изменений. В результате установлено, что увеличение среднегодовой температуры воздуха сопровождается в среднем сокращением площади озёр. На основе многомерного регрессионного анализа данных об изменениях площадей озер и климатических показателей найдено уравнение множественной регрессии, связывающее параметр распределения числа озер по их площадям со среднегодовой температурой и годовым уровнем осадков. Указанные взаимосвязи учтены при разработке алгоритма численного моделирования полей термокарстовых озер.

4. Разработана математическая модель полей термокарстовых озер в виде совокупности случайных окружностей. Случайное распределение каждой из координат центров окружностей определяется законом равномерной плотности, а случайное распределение числа окружностей по их площадям определяется показательным законом распределения, параметр которого определяется по экспериментальным данным.

5. Разработан алгоритм численного моделирования полей термокарстовых озер, на основе которого создана подсистема генерирования псевдослучайных числовых последовательностей для моделирования динамики полей термокарстовых озер. Разработан комплекс программ имитационного моделирования, в состав которого входят следующие основные компоненты: подсистема моделирования полей термокарстовых озер, подсистема отображения результатов моделирования, подсистема формирования массивов данных и база данных. Программа моделирования, программа формирования массивов данных и база данных зарегистрированы в Роспатенте (свидетельство №2011614293 от 31 мая 2011 г., свидетельство №2010614377 от 6 июля 2010 г. и свидетельство №2010620330 от 17 июня 2010 г. соответственно).

6. На основе сопоставления массивов данных о средних значениях модельных и экспериментальных площадей озер подтверждена адекватность разработанной модели согласно критерию Стьюдента с уровнем значимости 5%.

7. Для иллюстрации применения результатов диссертации проведено прогнозирование временных рядов средних значений площадей термокарстовых озер на исследованной территории многолетней мерзлоты в условиях потепления климата, для чего сформированы сценарии модельных экспериментов для прогнозирования динамики термокарста на период до 2030 и до 2050 годов. В результате проведения модельных исследований показано, что если в течение ближайших десятилетий тенденции роста среднегодовой температуры воздуха на территории многолетней мерзлоты будут сохраняться, то следует ожидать сокращение площадей термокарстовых озер по сравнению с 2010 годом в среднем на 9,6% к 2030 году и на 16,4% к 2050 году.

В приложении диссертации приведены следующие материалы: таблица среднелетних, среднезимних и среднегодовых значения температуры воздуха и годовой суммы осадков за тридцатилетний период по данным реанализа; перечень принятых сокращений; таблица с перечнем количества безоблачных снимков Landsat разных тестовых участков, полученные в период 1973–2010 гг.; копии свидетельств об официальной регистрации программ для ЭВМ; копия свидетельства об официальной регистрации базы данных; копии акта и справки об использовании и внедрении результатов диссертационных исследований.

ОСНОВНЫЕ РАБОТЫ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК России:

1. Полищук Ю.М., Полищук В.Ю. Имитационное моделирование полей термокарстовых озёр на территории многолетней мерзлоты // Информационные

системы и технологии. – 2011. - №1(63). – С. 53–60. 0,5 п.л. (лично автора – 0,25 п.л.)

2. **Полищук В.Ю.** Исследование статистических свойств пространственного распределения термокарстовых озёр криолитозоны Западной Сибири на основе космических снимков // Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. Вып. 1: Сер. Естественные науки. – Калининград: Изд-во РГУ им. И. Канта. – 2011. – С. 25–28. 0,25 п.л.

3. Крутиков В.А., **Полищук В.Ю.**, Полищук Ю.М. Информационно-моделирующая система для исследований динамики климатических и геокриологических процессов на территории многолетней мерзлоты // Оптика атмосферы и океана. – 2011. - № 1(24). – С.40-46. 0,44 п.л. (лично автора – 0,15 п.л.)

4. Полищук Ю.М., **Полищук В.Ю.** Моделирование пространственно-временной динамики термокарста в зонах многолетней мерзлоты // Информационные системы и технологии. – 2011. - №3. – С. 25-31. 0,44 п.л. (лично автора – 0,22 п.л.)

5. Полищук Ю.М., **Полищук В.Ю.** Дистанционные исследования изменчивости формы береговых границ термокарстовых озёр на территории многолетней мерзлоты Западной Сибири // Исследование Земли из космоса. – 2012. – №1. – С. 61-64. 0,25 п.л. (лично автора – 0,13 п.л.)

6. Брыксина Н.А., **Полищук В.Ю.**, Полищук Ю.М. База данных по термокарстовым озерам Западной Сибири на основе космических снимков и возможности ее практического использования // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2011. – Т. 8. – №3. – С. 175–181. 0,44 п.л. (лично автора – 0,15 п.л.)

Свидетельства об официальной регистрации:

7. **Полищук В.Ю.**, Брыксина Н.А. База данных по площадям термокарстовых озёр Западной Сибири на основе космических снимков (LakesAreas_DB). Зарегистрирована Роспатентом 17 июня 2010 г., свидетельство № 2010620330.

8. **Полищук В.Ю.** Программа анализа взаимосвязи разнородных природных факторов. Зарегистрирована Роспатентом 6 июля 2010 г., свидетельство № 2010614377.

9. **Полищук В.Ю.** Программа имитационного моделирования пространственно-временной структуры полей термокарстовых озёр. Зарегистрирована Роспатентом 31 мая 2011 г., свидетельство № 2011614293.

Материалы конференций:

10. **Полищук В.Ю.**, Брыксина Н.А., Днепровская В.П., Полищук Ю.М. Анализ взаимосвязи климатических и геокриологических изменений на территории вечной мерзлоты Западной Сибири // Восьмое сибирское совещание по климатозоологическому мониторингу: материалы российской конференции, Томск, 8–10 октября 2009 г. – Томск: Аграф-Пресс, 2009. – С. 34–36. 0,19 п.л. (лично автора – 0,05 п.л.)

11. **Полищук В.Ю.**, Крутиков В.А., Копылов В.Н. Информационно-вычислительное обеспечение мониторинга природно-климатических процессов на территории Сибири // Восьмое сибирское совещание по климатозоологическому мониторингу: материалы российской конференции, Томск, 8–10 октября

2009 г. – Томск: Аграф-Пресс, 2009. – С. 331–333. 0,19 п.л. (лично автора – 0,06 п.л.)

12. Брыксина Н.А., **Полищук В.Ю.**, Полищук Ю.М. Исследование термокарстовых процессов в условиях глобального потепления дистанционными методами // «ГЕО-Сибирь 2010»: т. 4. Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг, геоэкология. Ч.1: сборник матер. Междунауч. конгресса, Новосибирск, 19–29 апр. 2010 г. – Новосибирск: СГГА, 2010. – С. 27–31. 0,31 п.л. (лично автора – 0,10 п.л.)

13. Полищук Ю.М., Брыксина Н.А., **Полищук В.Ю.**, Шаронов Д.С. Дистанционный мониторинг динамики термокарстовых озёр в Западной Сибири // Контроль окружающей среды и климата «КОСК-2010»: материалы седьмого всероссийского симпозиума (с привлечением иностранных ученых), Томск, 5–7 июля 2010 г. / под общ. ред. М.В. Кабанова, А.А. Тихомирова. – Томск: Аграф-Пресс, 2010. – С. 154–156. 0,19 п.л. (лично автора – 0,05 п.л.)

14. **Полищук В.Ю.**, Крутиков В.А., Полищук Ю.М. Информационно-моделирующая система в задачах мониторинга природно-климатических процессов // Контроль окружающей среды и климата «КОСК-2010»: материалы седьмого всероссийского симпозиума (с привлечением иностранных ученых), Томск, 5–7 июля 2010 г. / под общ. ред. М.В. Кабанова, А.А. Тихомирова. – Томск: Аграф-Пресс, 2010. – С. 288–290. 0,19 п.л. (лично автора – 0,06 п.л.)

15. Kopylov V., Bryksina N., **Polishchuk V.**, Polishchuk Y. Study of Thermokarst lakes areas changes in West-Siberian permafrost using ERS-2/SAR // Intern. Conf. “ESA Living Planet Symposium”, Bergen, Norway, June 28 - July 2, 2010 [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.congrex.nl/10a04> [CD-presentation].

16. Брыксина Н.А., Полищук Ю.М., **Полищук В.Ю.** База данных о термокарстовых озерах Западной Сибири на основе данных дистанционного зондирования и ГИС // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: тез. докл. 8-й Всероссийской конф., Москва, 15-19 нояб. 2010 г. – М.: ИКИ РАН, 2010. – С. 280-281. 0,13 п.л. (лично автора – 0,04 п.л.)

17. **Полищук В.Ю.**, Крутиков В.А., Полищук Ю.М. Моделирование динамики термокарстовых процессов на поверхности многолетней мерзлоты в условиях глобального потепления // Вычислительные и информационные технологии для наук об окружающей среде: избранные труды международной молодежной школы и конференции СITES-2011, Томск, Россия, 3-13, июля 2011 г. / Томск: Изд-во Томского ЦНТИ. – 2011. – С. 71–74. 0,25 п.л. (лично автора – 0,08 п.л.)

18. Брыксина Н.А., **Полищук В.Ю.**, Полищук Ю.М., Шаронов Д.А. Сравнительный анализ динамики термокарста на территории мерзлоты Западной Сибири и Горного Алтая на основе космических снимков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: Материалы девятой всероссийской открытой конференции, Москва, Россия, 14-18 ноября 2011 г. [электронный ресурс] – Режим доступа: <http://d902.iki.rssi.ru/theses/cgi/thesis.pl?id=2841>

Публикации в других изданиях:

19. Брыксина Н.А., **Полищук В.Ю.**, Полищук Ю.М. Изучение взаимосвязи изменений климатических и термокарстовых процессов в зонах сплошной и прерывистой мерзлоты Западной Сибири // Вестник ЮГУ. – 2009. – №3. – С. 3–12. 0,63 п.л. (лично автора – 0,21 п.л.)