



ПРОГРАММА
вступительного испытания по математике
при приёме на обучение по программам бакалавриата (специалитета)
в 2023/2024 учебном году

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной ($y = ax + b$), квадратичной ($y = ax^2 + bx + c$), степенной ($y = ax^n$; n – натуральное число), обратной пропорциональности ($y = k/x$), показательной ($y = a^x$; $a > 0$), логарифмической ($y = \log_a x$), тригонометрических функций ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня ($y = \sqrt{x}$)

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Системы уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

Перестановки, сочетания, размещения. Факториал.

Сумма и произведение событий. Невозможное событие. Дополнительное событие.

Классическое определение вероятности.

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

Свойства функции $y = k / x$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного. Переход к новому основанию логарифма.

Определение и свойства функции $y = \sin x$; $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и ее график.

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы, произведения и частного двух функций.

Факториал. Формула количества сочетаний.

Формулы сложения и умножения вероятностей.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.
Касательная к окружности и ее свойства.
Величина угла, вписанного в окружность.
Признаки подобия треугольников.
Теорема Пифагора. Теорема косинусов.
Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
Признак параллельности прямой и плоскости.
Признак параллельности плоскостей.
Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
Перпендикулярность двух плоскостей.
Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
Теорема о трех перпендикулярах.
Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара. Формула площади сферы.

Требования к уровню подготовки поступающих

Базовый уровень:

- 1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- 2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- 3) владение алгоритмами решения уравнений и задач и методами доказательств; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
- 5) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- 6) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях;

Повышенный уровень:

- 1) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 2) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- 3) сформированность умений моделировать несложные реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- 4) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа простейших реальных зависимостей;
- 5) владение умениями вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей.

Порядок проведения вступительного испытания

Вступительное испытание проводится в форме бланкового тестирования с последующей обработкой результатов с использованием средств автоматизации.

Результаты выполнения теста оцениваются по стобалльной оценочной шкале. Лица, показавшие результат ниже минимального количества баллов Единого государственного экзамена (ЕГЭ), необходимого для поступления на обучение по программам бакалавриата и программам специалитета в текущем году, считаются не прошедшими вступительное испытание.