



ПРОГРАММА

вступительного испытания по элементарной математике и основам анализа
при приёме на обучение по программам бакалавриата (специалитета)
в 2024/2025 учебном году

Числа

Целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления. Комплексные числа. Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений.

Корни, степени и логарифмы

Корни и степени. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем. Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Нахождение значений степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени. Решение показательных уравнений.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий с логарифмами. Переход к новому основанию. Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Переход от одного основания к другому. Вычисление и сравнение логарифмов. Логарифмирование и потенцирование выражений. Решение логарифмических уравнений.

Преобразование алгебраических выражений. Преобразование рациональных, иррациональных степенных, показательных и логарифмических выражений.

Тригонометрия

Основные понятия. Радианная мера угла. Вращательное движение. Радианный метод измерения углов вращения и связь с градусной мерой. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. Формулы половинного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

Тригонометрические уравнения и неравенства. Простейшие тригонометрические уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства.

Функции

Функции. Область определения и множество значений. Свойства функции. Монотонность, четность, нечетность, ограниченность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Понятие о непрерывности функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Арифметические операции над функциями. Сложная функция (композиция).

Исследование функции. Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций. Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Обратные тригонометрические функции.

Основы математического анализа

Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции функции. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

Первообразная и интеграл. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Уравнения и неравенства

Уравнения и системы уравнений. Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические уравнения и системы. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Основные приемы их решения (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод).

Неравенства. Рациональные, иррациональные, показательные и тригонометрические неравенства. Основные приемы их решения.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

Основные понятия комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон ее распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Понятие о законе больших чисел.

Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана. Понятие о задачах математической статистики. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Геометрия

Планиметрия. Основные понятия планиметрии

Треугольник. Медиана, биссектриса, высота треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольников.

Четырёхугольники: параллелограмм и трапеция; их свойства. Частные виды параллелограммов и трапеций.

Окружность и круг. Сектор и сегмент. Центральные и вписанные углы.

Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Площадь многоугольника. Формулы площади треугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Формулы площади правильного многоугольника через радиус описанной окружности.

Прямые и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Угол между плоскостями. Перпендикулярность двух плоскостей.

Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции. Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.

Измерения в геометрии. Объем и его измерение. Интегральная формула объема. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.

Координаты и векторы

Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.