

На правах рукописи



Бибихов Юрий Владимирович

**НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА РЕШЕТКИ И
ПОВЕДЕНИЕ ДЕФЕКТОВ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ
СТРУКТУРЫ В НЕРАВНОВЕСНЫХ УСЛОВИЯХ**

Специальность 1.3.8. «Физика конденсированного состояния»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
д.ф.-м.н., профессор
Дмитриев Сергей Владимирович

Барнаул - 2024

Работа выполнена в Политехническом институте (филиале) федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова" в г. Мирном

- Научный консультант:** **Дмитриев Сергей Владимирович**
доктор физико-математических наук, профессор,
Институт физики молекул и кристаллов УФИЦ
РАН, г. Уфа, зав. лабораторией
- Официальный оппонент:** **Савин Александр Васильевич**
доктор физико-математических наук, ФГБУН
Федеральный исследовательский центр химической физики имени Н.Н. Семёнова РАН,
г. Москва, ведущий научный сотрудник
- Официальный оппонент:** **Анатолий Анатольевич Клопотов**
доктор физико-математических наук, профессор,
Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, зав. кафедрой
- Официальный оппонент:** **Наймарк Олег Борисович**
доктор физико-математических наук, профессор,
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
г. Пермь, зав. лабораторией
- Ведущая организация:** **Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк**

Защита состоится «___» _____ 2024 г. в ___ часов на заседании диссертационного совета 24.2.269.03 при ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет» по адресу: 656049, Россия, Алтайский край, г. Барнаул, пр. Ленина, д. 61, ауд. 416.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет»,
https://www.asu.ru/science/dissert/physic_diss/

Автореферат разослан «___» _____ 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Волков Николай Викторович

Введение

Актуальность диссертационной работы. Кристаллические материалы в процессе обработки или эксплуатации часто оказываются в состояниях, далёких от термодинамического равновесия, когда в них происходят процессы диссипации подводимой энергии, сопровождающиеся эволюцией дефектных структур, переносом энергии и вещества. Анализ этой сложной физической картины должен проводиться на разных масштабных уровнях, начиная с атомистического, роль которого состоит в исследовании динамики и сценариев взаимодействия отдельных дефектов. Эта информация должна передаваться на мезо- и далее на макро-уровень, что, однако, не входит в задачи данного исследования, проводимого в рамках атомистического моделирования.

На первый взгляд, может возникнуть ощущение, что процессы, происходящие на атомарном уровне, столь сложны, что не поддаются описанию. Но это не так. Усилиями поколений исследователей были введены концепции и найдены способы описания различных физических сущностей, вносящих свой вклад в динамику кристаллической решетки [1–4]. В рамках линейных уравнений движения атомов удалось описать фононы - малоамплитудные плоские бегущие волны, транспортирующие энергию [1]. Большое внимание было уделено развитию теории дефектов, точечных [5; 6], линейных [7], планарных [8].

Сравнительно недавно появились новые объекты изучения в нелинейной динамике кристаллической решётки, речь идёт о дискретных бризерах (ДБ) [9] и делокализованных колебательных модах (ДКМ) [10; 11], которые в оригинальных работах назывались бушами нелинейных нормальных мод [12]. ДБ - это колебания большой амплитуды, локализованные на небольших группах атомов в бездефектных областях кристаллической решётки, впервые описанные для нелинейных цепочек [13; 14]. ДБ вошли в физику твердого тела с большой задержкой, поскольку долгое время считалось, что колебания могут локализоваться вблизи дефектов кристаллической структуры, но не в бездефектной решётке. Что касается ДКМ, в пределе малых амплитуд они переходят в особые коротковолновые фононные моды. Их отличие от рядовых фононов состоит в том, что в силу высокой симметрии ДКМ существуют как точные решения уравнений движения атомов и при больших амплитудах колебаний, в то время

как большинство фононных мод при больших амплитудах теряют свою индивидуальность, начиная обмениваться энергией с другими фононными модами. В ряде работ было показано, что между столь, казалось бы, разными нелинейными колебательными модами как ДБ и ДКМ существует тесная связь [15; 16]. Необходимо дальнейшее более детальное изучение этой взаимосвязи, что позволит находить ДБ в сложных кристаллических решетках.

Среди большого разнообразия внешних воздействий на кристаллы в данной работе рассматриваются следующие:

1. Периодические во времени внешние воздействия на частотах близких к краю фононного спектра. Хорошо известно, что внешнее воздействие на решетку на частотах в пределах фононного спектра приводит к возбуждению бегущих фононных волн соответствующей частоты. При этом решётка получает энергию от внешнего воздействия. Если же частота внешнего воздействия малой амплитуды лежит вне фононного спектра решётки, то никаких волн в ней возбуждаться не будет, и энергия решётки не будет увеличиваться со временем. Иное дело, если амплитуда воздействия на частоте вне фононного спектра превысит некоторое пороговое значение, тогда начнется передача энергии кристаллу, но носителями её будут не фононы, а ДБ. Это явление получило название супратрансмиссии [17–19] и его изучение будет продолжено в данной работе.

2. Случай когда вся энергия решётки принадлежит одной колебательной моде. В тепловом равновесии (при высоких температурах) энергия поровну распределена между фононными колебательными модами, поэтому закачка энергии в одну моду даёт сильно неравновесное состояние. Этот случай особенно интересен, когда частота колебаний возбужденной моды лежит вне фононного спектра решётки, что возможно при значительных амплитудах колебаний. Не резонируя с фононами, колебательная мода, в процессе неустойчивого распада, не может передать свою энергию напрямую локализованным фононам и процесс термализации происходит через формирование ДБ [20; 21], которые получили название хаотических ДБ [16; 22–24]. В диссертации явление локализации энергии на хаотических ДБ будет использовано для изучения влияния ДБ на макроскопические свойства решёток, следуя работе [16].

3. Рачет кинков (дислокаций) [25; 26], то есть их направленное движение в асимметричном потенциале при синусоидальном внешнем воздействии. Будет

построена особая дискретизация уравнения Клейна-Гордона с асимметричным локальным потенциалом, в которой статические кинки не испытывают действие потенциала Пайерлса-Набарро и потому являются высокоподвижными. Ратчет кинков в такой модели будет исследован без учёта и с учётом вязкого трения.

4. Воздействие импульсов тока на дислокации в решётке. Данный вопрос связан с явлением электропластичности, которое состоит в уменьшении напряжения течения металла под воздействием импульсов тока высокой плотности, причём, это снижение нельзя объяснить одним лишь разогревом за счёт выделения джоулева тепла [27–32]. В настоящей работе будет изучена динамика дислокаций в кристалле под действием сдвигающего механического напряжения и импульсов электрического тока.

Что касается дефектов кристаллической структуры, в работе рассматриваются дислокации (в одномерных моделях они представлены кинками). Помимо топологических дефектов (дислокаций) изучаются ДБ, которые условно можно назвать динамическими дефектами, поскольку они имеют энергию выше, чем средняя по кристаллу. В то же время, ДБ колеблется в бездефектной решётке и если колебательная энергия полностью рассеется, то восстановится кристаллический порядок и "дефект" исчезнет.

Роль нелинейных механизмов транспорта энергии и вещества по кристаллической решетке металлических материалов значительно увеличивается, когда они находятся в сильно неравновесном состоянии, например, подвергаются пластической деформации или облучению.

Новое направление исследования в физике кристаллического вещества связано с облучением терагерцовыми лазерами, которые были недавно разработаны [33–35]. Последние разработки мощных источников лазерного излучения в диапазоне частот 0,1-30 ТГц открыли возможность возбуждения твердых тел на их резонансных частотах и частотах выше фононного спектра [35]. Энергия этого излучения не может напрямую рассеиваться в металле через возбуждение тепловых колебаний и в действие вступают другие нелинейные механизмы диссипации, такие как образование дефектов в кристаллической решетке, возбуждение делокализованных колебательных мод большой амплитуды, нелинейных локализованных возбуждений солитонного типа, таких как дискретные бризеры и другие.

Исследование этих эффектов **является актуальным и важным** как с научной точки зрения, так и с точки зрения применимости методов интенсивного воздействия на кристаллические вещества с целью модификации их структуры и свойств.

На основании вышесказанного, можно сформулировать **цель работы**: Изучение нелинейных колебательных мод кристаллов, отклика кристаллической решетки на периодические внешние воздействия, а также поведения дефектов кристаллической структуры в неравновесных условиях и их влияния на свойства кристаллов.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Анализ линейных и нелинейных делокализованных колебаний простой кубической и ОЦК решёток с ФПУ потенциалом: вывод дисперсионных соотношений фононных колебаний, анализ амплитудно-частотных характеристик нелинейных ДКМ.
2. Получение новых ДБ различной симметрии в квадратной, простой кубической и ОЦК решетках с ФПУ потенциалом, применяя функции локализации к ДКМ с частотами выше фононного спектра.
3. Изучение генерации ДБ при периодическом внешнем воздействии на край квадратной ФПУ решётки на частотах близких к верхнему краю фононного спектра.
4. Изучение влияния хаотических ДБ на макроскопические свойства нелинейной цепочки с локальным потенциалом и без него.
5. Изучение влияния хаотических ДБ на макроскопические свойства квадратной и ОЦК решетки с ФПУ потенциалом.
6. Вывод дискретных уравнений Клейна-Гордона, в которых статические кинки не испытывают потенциала Пайерлса-Набарро.
7. Изучение влияния вязкого трения на ратчет кинка, свободного от потенциала Пайерлса-Набарро, в модели Клейна-Гордона с асимметричным потенциалом.
8. Экспериментальное изучение электропластического эффекта в режиме ползучести.
9. Компьютерное моделирование эффекта дислокационной электропластичности в нелинейной цепочке и в двумерном кристалле Морзе.

Научная и практическая ценность работы. С точки зрения фундаментальной науки представленные в работе результаты важны, поскольку они раскрывают ряд особенностей поведения кристаллической решётки в неравновесных условиях, такие как генерация ДБ при периодическом внешнем воздействии на частотах близких к верхнему краю фононного спектра, влияние ДБ на макроскопические свойства решёток, тесную связь между ДБ и ДКМ.

Практическую ценность имеют результаты, касающиеся экспериментального и теоретического изучения электропластического эффекта. В частности, с использованием одномерной модели кристалла с кинком (моделирующем дислокацию) было показано, что при относительно низких температурах преимущественное выделение джоулева тепла на дислокации за счёт импульса электрического тока даёт больший вклад в электропластичность, чем электронный ветер. Однако при температурах выше определённого значения ситуация меняется на противоположную и вклад в электропластичность от электронного ветра становится больше, чем от неоднородного выделения джоулева тепла на дислокации.

Разработана и собрана экспериментальная установка, позволяющая изучать электропластический эффект на образцах из проволок или полос металла в ходе растягивающей деформации, протекающей в режиме ползучести, за счёт нагружения мертвым весом.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Для простой кубической и ОЦК решёток аналитически получены дисперсионные соотношения и найдены максимальные частоты фононных колебаний. Для семейства ДКМ с волновыми векторами на границе первой зоны Бриллюэна в простой кубической и ОЦК решётках рассчитаны амплитудно-частотные характеристики, полагая, что частицы взаимодействуют посредством ФПУ потенциала; найдены ДКМ с частотами выше фононного спектра.
2. Получены новые ДБ различной симметрии в квадратной, простой кубической и ОЦК решетках с ФПУ потенциалом, применяя функции локализации к ДКМ с частотами выше фононного спектра.
3. Впервые показано, что ДБ могут генерироваться при периодическом внешнем воздействии достаточно большой амплитуды на край квадратной ФПУ решётки на частотах *внутри* фононного спектра или выше

- него, близко к его верхнему краю. Ранее считалось, что эффект супратрансмиссии возникает при воздействиях на нелинейную дискретную систему на частотах *вне* фонованного спектра, при амплитудах превышающих некоторое пороговое значение.
4. Установлено, что хаотические ДБ оказывают влияние на макроскопические свойства нелинейных цепочек с локальным потенциалом и без него. Модель с локальным потенциалом позволила проанализировать влияние типа ангармонизма и показать, что появление в системе ДБ с ангармонизмом жесткого (мягкого) типа снижает (повышает) теплоёмкость цепочки. Модель без локального потенциала поддерживает ДБ только с жестким типом ангармонизма; она позволила показать, что ДБ в этом случае снижают теплоёмкость и тепловое расширение цепочки.
 5. Показано, что появление хаотических ДБ в результате неустойчивого распада ДКМ с частотами вне фонованного спектра является общим явлением, которое реализуется в решетках любой размерности. Это связано с тем, что распад неустойчивой ДКМ не может сопровождаться возбуждением делокализованных фонованых мод, поскольку ДКМ не резонирует с фонованами, имея частоту вне фонованного спектра. В результате, термализация решетки проходит через стадию локализации энергии на хаотических ДБ.
 6. Предложен метод построения дискретных уравнений Клейна-Гордона, в которых статические кинки не испытывают потенциала Пайерлса-Набарро. Метод отталкивается от дискретизированного первого интеграла уравнения движения, что позволяет для построения точного статического кинкового решения получить двухточечное отображение, за счёт понижения на единицу порядка дифференциального оператора. Наличие двухточечного отображения позволяет получать точные кинковые решения итерационно, начиная с любого допустимого значения, что и обеспечивает отсутствие потенциала Пайерлса-Набарро, и возможность существования статического кинка произвольно центрированного относительно узлов решётки.

7. Показано, что наличие вязкого трения в модели Клейна-Гордона с асимметричным потенциалом приводит к возможности смены знака дрейфовой скорости кинка в условиях ратчета.
8. Создана экспериментальная установка для изучения электропластического эффекта на образцах из проволок или полос металла в ходе растягивающей деформации ползучести, за счёт нагружения мертвым весом.
9. Компьютерное моделирование эффекта дислокационной электропластичности в нелинейной цепочке показало, что при относительно низких температурах преимущественное выделение джоулева тепла на дислокации за счёт импульса электрического тока даёт больший вклад в электропластичность, чем электронный ветер. При высоких температурах наоборот, вклад в электропластичность от электронного ветра становится больше, чем от неоднородного выделения джоулева тепла на дислокации.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Эффективный способ нахождения (квази-) дискретных бризеров в двумерных и трёхмерных решетках состоит в поиске ДКМ с частотами вне фононного спектра и наложении на них локализирующих функций, центрированных на высокосимметричных положениях решетки. Сдвиг точки центрирования локализирующей функции с высокосимметричного положения может приводить к возбуждению движущегося дискретного бризера.
2. Дискретные бризеры могут генерироваться при периодическом внешнем воздействии достаточно большой амплитуды на решётку на частотах как *внутри*, так и выше фононного спектра, близко к его верхнему краю.
3. Хаотические дискретные бризеры оказывают влияние на макроскопические свойства нелинейных цепочек.
4. Появление хаотических дискретных бризеров в результате неустойчивого распада ДКМ с частотами вне фононного спектра наблюдается в решетках любой размерности, что связано с невозможностью прямой передачи энергии ДКМ фононам, и термализация решетки в этих условиях проходит через стадию локализации энергии на хаотических дискретных бризерах.

5. Теоретически, в дискретных средах статические топологические солитоны могут не иметь потенциала Пайерлса-Набарро.
6. Наличие вязкого трения в модели Клейна-Гордона с асимметричным потенциалом может приводить к смене знака дрейфовой скорости кинка в условиях ратчета.
7. Экспериментально установлено, что при прохождении импульсов тока длительностью 0,1 мс и плотности тока около 1000 А/мм² медная проволока, растягиваемая мертвым грузом с заданной скоростью деформации ползучести, испытывает скачкообразный прирост деформации до 1% при джоулевом нагреве не более 40 градусов Цельсия. Столь незначительный нагрев можно связать с преимущественным выделением тепла на дислокациях, что повышает их подвижность и приводит к скачкообразному удлинению образца при прохождении импульса тока.
8. При относительно низких температурах эффект дислокационной электропластичности в нелинейной цепочке реализуется преимущественно за счёт выделения джоулева тепла на дислокациях, а при высоких за счёт действия электронного ветра.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на следующих отечественных и международных научных конференциях, семинарах и симпозиумах: Всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации», (Новосибирск, 2008 г.); Всероссийской молодежной научной конференции «Мавлютовские чтения», (Уфа, 2008 г.); IX Международной научно-практической конференции (Барнаул, 2008 г.); Международного симпозиума «Перспективные материалы и технологии», (Витебск, Беларусь 2009 г.); X Международной научно-технической конференции «Уральской школы-семинара металловедов – молодых ученых» (Екатеринбург 2009 г.); III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и научно-технический прогресс в современном мире» (Мирный, 2011 г.); Международной научно-практической конференции «Наука и инновационные разработки – Северу» (Мирный, 2014 г.); Всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Геонауки: проблемы, достижения и перспективы развития» (Якутск, 2018 г.); XV Международной школы-семинара «Эволюция дефектных структур в конденсированных средах» (Барнаул, 2018 г.); IV Национальной научно-

практической конференции «Приборостроение и автоматизированный электропривод в топливно-энергетическом комплексе и жилищно-коммунальном хозяйстве» (Казань, 2018 г.); III Всероссийской научно-технической конференции «Современные проблемы электроэнергетики и пути их решения» (Махачкала, 2018 г.); Международной научно-технической конференции «Smart Energy Systems-2019» (Казань, 2019 г.); II Международной научно-практической конференции «Наука и инновационные разработки –Северу» (Мирный, 2019 г.); Международной научной конференции «ISEPC-2019» (Санкт-Петербург, 2019 г.); Международной конференции по электротехническим комплексам и системам «ICOECS-2019» (Уфа, 2019 г.); Международной конференции по автоматизации «RUSAUTOCON-2019» (Сочи, 2019 г.); Международной научно-технической конференции «Компьютерные технологии и моделирование в науке, технике, экономике, образовании и управлении: тенденции и развитие» (Махачкала, 2019 г.); Международной научной конференции «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения» (Уфа, 2019 г.); VII Международном симпозиуме по оптике и биофотонике «Saratov Fall Meeting-2019» (Саратов, 2019 г.); Международной научной конференции «Энергоменеджмент муниципальных объектов и технологии устойчивой энергетики» (Воронеж, 2019 г.); XLVII Международной летней школе-конференции «Актуальные проблемы механики» (Санкт-Петербург, 2019 г.); Международной конференции «Устойчивые энергетические системы: инновационные перспективы» (Санкт-Петербург, 2020 г.); Открытой школы-конференции стран СНГ «Ультрамелкозернистые и наноструктурные материалы» (Уфа, 2020 г.); Международной мультikonференции по промышленности и современным технологиям «FAREASTCON 2020» (Владивосток, 2020 г.); Международной научно-технической конференции «Пром-Инжиниринг» (Сочи, 2020 г.); Научного семинара в рамках международной научно-технической конференции «Автоматизация» (Сочи, 2020 г.); Международной научной конференции «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения» (оз. Банное, 2020 г.); XII Всероссийской научно-технической конференции «Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике» (Чебоксары, 2020 г.); Международной научно-технической конференции «Smart Energy Systems: Innovative Perspectives» (Санкт-Петербург, 2020 г.); Международной научной конференции по фундаментальным и прикладным научным исследованиям в развитии сельского хозяйства на Дальнем

Востоке «AFE 2021» (Уссурийск, 2021 г.); Международный симпозиум «Устойчивая энергия и энергетика 2021» (Казань, 2021 г.); Международной научной конференции «Интеллектуальные информационные технологии и математическое моделирование» (Дивноморское, 2021 г.); Международной конференции по электротехническим комплексам и системам «ICOECS-2021» (Уфа, 2021 г.); Международной Уральской конференции по электроэнергетике «URALCON 2021» (Магнитогорск, 2021 г.); II Международной научной конференции по достижениям науки, техники и цифрового образования «ASEDU-II-2021» (Красноярск, 2021 г.); Международной конференции по физике и технологии передовых материалов «PTAM-2021» (Уфа, 2021 г.); Международной конференции по умной автоматике и энергетике «SMARTICAE-2021» (Владивосток, 2021 г.); X Международном научном Сибирском транспортном форуме «TRANSSIBERIA 2022» (Новосибирск, 2022 г.); Международной конференции по автоматизации «RUSAUTOCON-2022» (Челябинск, 2022 г.); XI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и научно-технический прогресс в современном мире» (Мирный, 2022 г.); XI Международном онлайн-симпозиуме «Материалы во внешних полях» (Новокузнецк, 2022 г.); V Международной конференции с элементами научной школы «Новые материалы и технологии в условиях Арктики» (Якутск, 2022 г.); Международной научной конференции по фундаментальным и прикладным научным исследованиям в развитии сельского хозяйства на Дальнем Востоке «AFE 2022» (Ташкент, 2022 г.); XII Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и научно-технический прогресс в современном мире» (Мирный, 2023 г.); Международной научной конференции «Экологическое и биологическое благополучие флоры и фауны» (Благовещенск, 2023 г.); XI Международном научном Сибирском транспортном форуме «TRANSSIBERIA 2023» (Новосибирск, 2023 г.); Уральском экологическом научном форуме «Устойчивое развитие промышленного региона» (Челябинск, 2023 г.).

Личный вклад автора работы. Автор лично выбирал темы исследования на основе изучения и обобщения научной литературы по направлениям диссертационной работы, формулировал постановки задач, принимал активное участие в проведении компьютерного моделирования методом молекулярной динамики, в анализе и интерпретации полученных результатов, формулировке

выводов. Участвовал в написании научных статей, подготовке и представлении докладов на научных форумах. Все научные результаты, сформулированные в положениях, выносимых на защиту, принадлежат автору диссертации. Им же разработана и под его руководством собрана экспериментальная установка для изучения эффекта электропластичности в образцах в виде проволок или полос металла в режиме ползучести.

Публикации. По материалам диссертационной работы опубликованы 51 статья в журналах, рекомендованных ВАК РФ (из них 38 статей в изданиях, входящих в базы данных Web of Science и Scopus), 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, а также одна монография.

Финансирование работы. Работа поддержана грантами РНФ № 22-22-00810, 2022-2023 г.г. (основной исполнитель) и № 24-22-00092, 2024-2025 г.г. (руководитель).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, семи глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 306 страниц с 113 рисунками и 3 таблицами. Список литературы содержит 304 наименования.

Автор выражает **благодарность** всем соавторам и коллегам, принимавшим участие в проведении исследований, послуживших основой для данной работы.

Содержание работы

Во введении представлены предпосылки данного исследования, обзор литературы по нелинейной динамике кристаллической решётки и поведению кристаллов в условиях далёких от равновесия, обоснована актуальность и важность диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования, описаны научная и практическая ценность, а также новизна работы и основные положения, выносимые на защиту. Дан список научных форумов, где работа получила апробацию, описан личный вклад автора в диссертационное исследование, приведены сведения о публикациях по теме работы, о её финансовой поддержке и о формальных параметрах, отражающих структуру и объём диссертации.

Первая глава является обзорной, в ней уделено внимание описанию области и методов исследования, представлен обзор литературы от пионерских работ до передового края исследований. В частности, говорится о том, что вы-

сокоэнергетические внешние воздействия на кристаллы приводят кристаллическую решетку в неравновесное состояние, в котором протекают структурные перестройки, связанные с зарождением, движением и аннигиляцией топологических дефектов. Это сопровождается массопереносом, разогревом, возбуждением локализованных солитоподобных объектов, таких как ударные волны и дискретные бризеры, вносящие свой вклад в транспорт энергии.

Описаны неравновесные состояния кристаллической решётки, рассматриваемые в данной работе, как то: закачка значительной энергии в одну колебательную моду, развитие неустойчивости которой приводит к локализации энергии на дискретных бризерах; локальное подведение энергии к кристаллу путём задания вынужденного колебательного движения группе атомов по гармоническому закону с целью изучения механизмов передачи энергии кристаллической решётке; воздействие белого шума на топологический солитон (кинк) в дискретной модели Клейна-Гордона с асимметричным потенциалом с целью изучения эффекта, называемого ратчетом; а также воздействие импульсного тока высокой плотности на дислокации, приводящее к повышению их подвижности и, следовательно, пластичности материала.

Сопоставлены особенности нелинейных колебаний континуальных и дискретных сред. Для дискретных сред описаны два важных класса колебательных мод - делокализованных и пространственно локализованных (дискретных бризеров). Обсуждаются основные эффекты нелинейности взаимодействий на динамику решёток, такие как появление зависимости частоты колебаний от амплитуды, мягкий и жёсткий типы нелинейности. Описан эффект спонтанного зарождения хаотических дискретных бризеров в процессе разрушения неустойчивых делокализованных колебательных мод и явление супратрансмиссии, состоящее в возбуждении дискретных бризеров при периодическом воздействии на решётку достаточно большой амплитуды на частоте вне фононного спектра. Уделено внимание эффекту ратчета, то есть направленному массопереносу при воздействии белого шума, обусловленному асимметрией системы. В завершении представлен эффект электропластичности.

Во второй главе анализируются делокализованные колебания нелинейных решеток, а именно, простой кубической и ОЦК решётки со взаимодействием

ями между первыми и вторыми соседями, описываемыми потенциалом β -ФПУ

$$\varphi_{1,2}(r) = \frac{c_{1,2}}{2}(r - a_{1,2})^2 + \frac{\beta_{1,2}}{4}(r - a_{1,2})^4, \quad (1)$$

где r - расстояние между атомами, a_1 и a_2 - равновесные длины связей между ближайшими и вторыми соседями, соответственно; c_1 и c_2 (β_1 и β_2) - коэффициенты гармонической (ангармонической) части потенциала для связей между ближайшими и вторыми соседями, соответственно. Примем шаг простой кубической решётки $h = 1$ и $c_1 = 1$, выбрав единицы измерения расстояния и энергии соответственно. Для простоты $c_2 = 1/5$, так как в кристаллах сила межатомных взаимодействий обычно уменьшается с увеличением расстояния между атомами. Для коэффициентов ангармоничности зададим $\beta_1 = \beta_2 = 20$, тогда эффекты нелинейности становятся заметными при атомных смещениях порядка $0,1h$. Для массы атома примем $m = 1$, что можно всегда обеспечить выбором единицы времени.

Аналитически получены дисперсионные соотношения и найдены максимальные частоты фоновых колебаний. Численно рассчитаны амплитудно-частотные характеристики ДКМ и выявлены те, что имеют частоты выше фоновонного спектра. Для примера, на рис. 1 показаны ДКМ простой кубической решетки с волновым вектором на границе зоны Бриллюэна, а на рис. 2 их амплитудно-частотные характеристики. Отметим, что ДКМ 25, 26 и 27 имеют частоты выше фоновонного спектра во всем интервале амплитуд.

ДКМ с частотой выше фоновонного спектра используются для построения ДБ в **третьей главе** путем наложения локализирующей функции. В трёхмерной решётке ДБ локализован в точке пересечения трех ортогональных плоскостей,

$$L_1x + L_2y + L_3z + L_4 = 0, \quad (2)$$

$$M_1x + M_2y + M_3z + M_4 = 0, \quad (3)$$

$$N_1x + N_2y + N_3z + N_4 = 0, \quad (4)$$

условия их ортогональности имеют вид $L_1M_1 + L_2M_2 + L_3M_3 = 0$, $L_1N_1 + L_2N_2 + L_3N_3 = 0$, $M_1N_1 + M_2N_2 + M_3N_3 = 0$. Локализирующая функция принимается в виде

$$a_{ijk} = \frac{A}{\cosh(\gamma_1 d_{ijk}) \cosh(\gamma_2 f_{ijk}) \cosh(\gamma_3 g_{ijk})}, \quad (5)$$

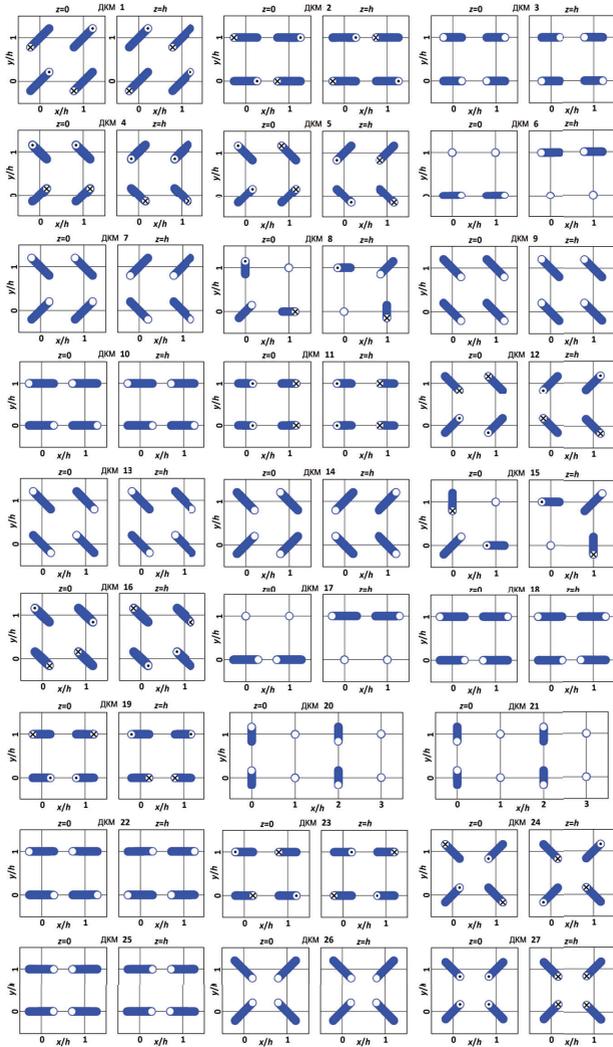


Рисунок 1 — ДКМ простой кубической решетки с волновым вектором на границе зоны Бриллюэна. Траектории атомов показаны синим цветом. Кружками показаны атомы в момент наибольшего отклонения от положения равновесия. Пустой круг означает нулевое смещение по оси z , а точки и крестики соответствуют положительным и отрицательным z -смещениям соответственно. Все ненулевые компоненты смещения равны между собой.

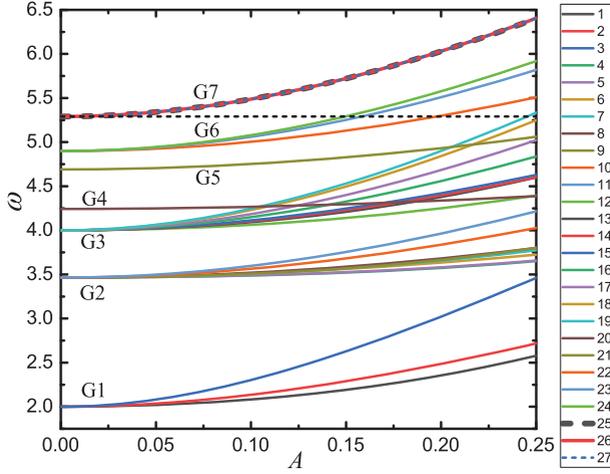


Рисунок 2 — Частота как функция амплитуды для 27 ДКМ простой кубической решетки. Верхний край фононного спектра, $\omega_{\max} = 2\sqrt{7} = 5,29$, показан горизонтальной пунктирной линией.

где a_{ijk} - величина начального смещения частицы с решеточным положением $\xi_{i,j,k}$, A - амплитуда ДКМ, γ_1 , γ_2 и γ_3 - параметры локализации, d_{ijk} , f_{ijk} и g_{ijk} - расстояния от точки решетки i,j,k до плоскостей (2-4) соответственно, которые вычисляются как

$$d_{ijk} = \frac{|L_1 x_{ijk} + L_2 y_{ijk} + L_3 z_{ijk} + L_4|}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}}, \quad (6)$$

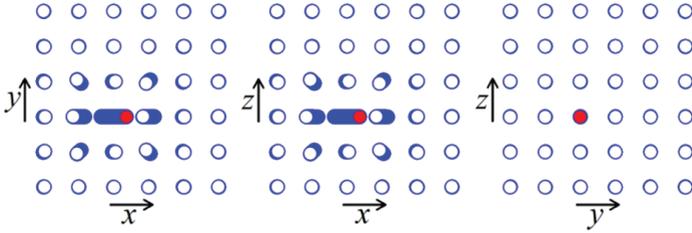
$$f_{ijk} = \frac{|M_1 x_{ijk} + M_2 y_{ijk} + M_3 z_{ijk} + M_4|}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2}}, \quad (7)$$

$$g_{ijk} = \frac{|N_1 x_{ijk} + N_2 y_{ijk} + N_3 z_{ijk} + N_4|}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2 + N_3^2}}. \quad (8)$$

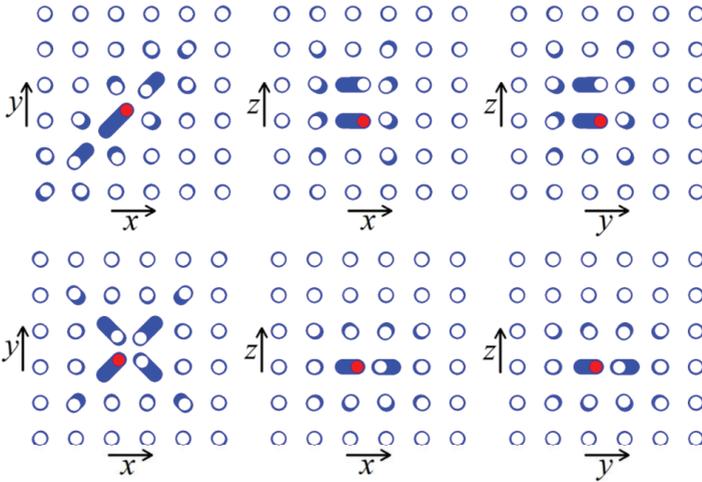
На рис. 3, в качестве примера, показаны четыре из семи новых ДБ простой кубической решётки, построенные путём локализации ДКМ 25, 26 и 27.

Используя аналогичный подход были найдены одномерные и нуль-мерные ДБ двумерной квадратной решётки а также нульмерные ДБ трёхмерной ОЦК решётки. Тем самым показана эффективность подхода к построению ДБ решёток любой размерности, основанного на локализации ДКМ с частотами вне фононного спектра решётки.

ДБ на основе ДКМ 25



ДБ на основе ДКМ 26



ДБ на основе ДКМ 27

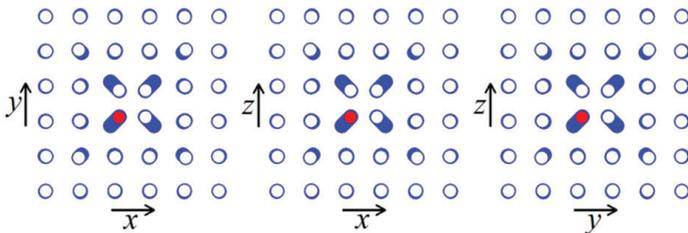


Рисунок 3 — Четыре из семи новых ДБ простой кубической решётки, построенные путём локализации ДКМ 25, 26 и 27 с использованием локализующей функции (5). Траектории атомов показаны в проекциях на плоскости xy , xz и yz .

Четвёртая глава посвящена исследованию влияния хаотических ДБ на макросвойства нелинейных цепочек как с локальным потенциалом, так и без него. Идея состоит в том, чтобы проследить за изменением макросвойств цепочки в ходе неустойчивой эволюции ДКМ с частотой вне фононного спектра, когда происходит спонтанная локализация энергии на хаотических ДБ, с их последующим исчезновением и переходом системы к тепловому равновесию. Сравнивая величины макроскопических параметров цепочки в момент максимальной локализации энергии на ДБ с величинами в тепловом равновесии делается вывод о том, какой вклад в макросвойства дают ДБ.

Для цепочки с локальным потенциалом рассчитано влияние ДБ на отношение полной энергии к кинетической, что можно связать с теплоёмкостью цепочки, и показано, что в случае жесткого (мягкого) ангармонизма ДБ повышают (понижают) теплоёмкость. Однако наличие локального потенциала не позволяет изучать тепловое расширение и константы упругости; эта задача была решена аналогичным способом, но для цепочки без локального потенциала. Оказалось, что в случае жесткого ангармонизма ДБ приводят к уменьшению коэффициента теплового расширения и жесткости цепочки.

Для иллюстрации сказанного, на рис. 4(а,б) показана временная эволюция параметра локализации энергии $L = \sum e_n^2 \left(\sum e_n \right)^{-2}$, где e_n - энергия n -й частицы. В момент $t = 0$ в цепочке возбуждалась неустойчивая ДКМ с амплитудой A и частотой вне фононного спектра. Разрушение ДКМ приводит к появлению хаотических ДБ из-за чего L возрастает. ДБ постепенно излучают энергию и система приходит к тепловому равновесию, при этом L становится малым. На рис. 4(в,г) дана временная эволюция параметра $C_v = H/K$, где H - полная, а K - кинетическая энергия цепочки. Этот параметр может быть связан с теплоёмкостью цепочки. Представленные результаты подтверждают, что в системе с мягким (жестким) типом нелинейности теплоёмкость растёт (уменьшается) в присутствии ДБ.

Общий вывод таков: ДБ оказывают влияние на макроскопические свойства нелинейных решёток, что позволяет ставить эксперименты по доказательству существования ДБ в кристаллах путём измерения их макросвойств в зависимости от температуры. Популяция ДБ, как нелинейных объектов, должна возрастать с ростом температуры.

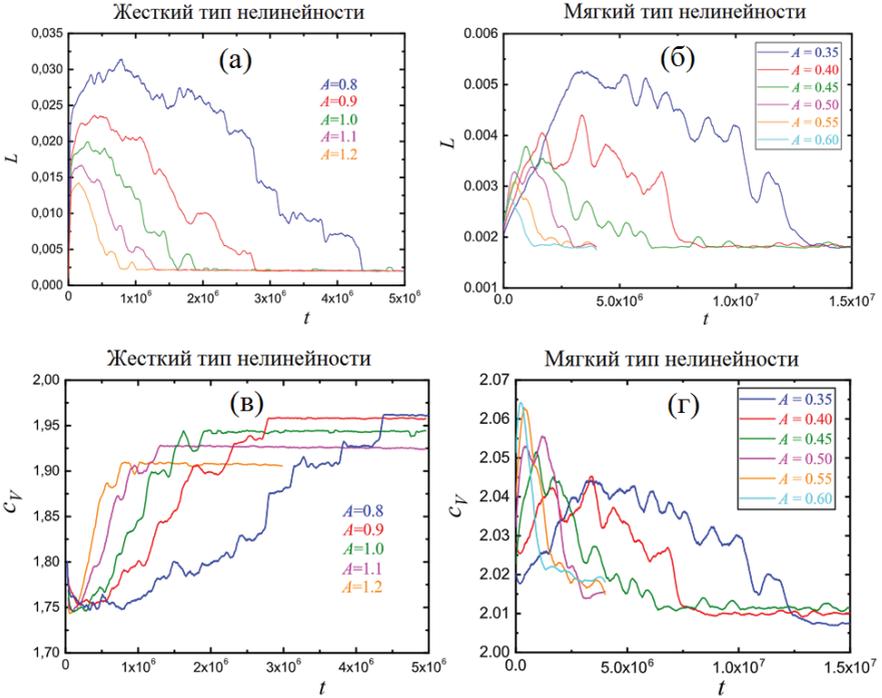


Рисунок 4 — (а,б) Зависимости параметра локализации энергии в цепочке от времени для локального потенциала с мягкой и жесткой нелинейностью, соответственно. В момент $t = 0$ в цепочке возбуждалась неустойчивая ДКМ с амплитудой A и частотой вне фононного спектра. (в,г) Соответствующее изменение теплоёмкости цепочки от времени.

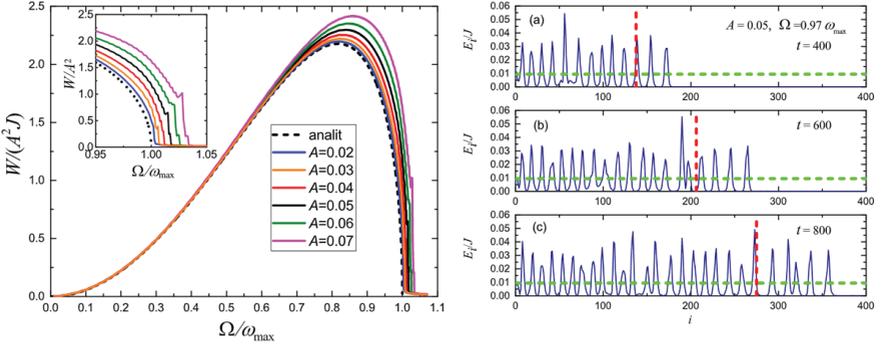


Рисунок 5 — Слева: мощность источника энергии в зависимости от частоты возбуждения для различных амплитуд возбуждения. Мощность нормирована на квадрат амплитуды возбуждения A и на ширину расчетной ячейки J ; частота возбуждения нормирована на максимальную частоту фононов. Справа: распределение энергии вдоль оси x при (a) $t = 400$, (b) $t = 600$ и (c) $t = 800$. Приводимый в вынужденное движение атомный ряд находится при $i = 0$; параметры возбуждения: $A = 0,05$, $\Omega = 0,97\omega_{\max}$.

Далее изучается периодическое во времени локальное воздействие на квадратную решетку. В расчетной ячейке из $I \times J$ частиц, ряд частиц с $i = 0$ вынужденно движется по синусоидальному во времени закону вдоль оси x :

$$u_{0,j}(t) = A \sin(\Omega t), \quad v_{0,j}(t) = 0, \quad j = 0, \dots, J-1, \quad (9)$$

где A и Ω - амплитуда и частота возбуждения, соответственно. Рассчитывается мощность источника энергии W как изменение энергии системы за единицу времени; результат показан на рис. 5, панель слева. На правой панели показано распределение энергии вдоль оси x при (a) $t = 400$, (b) $t = 600$ и (c) $t = 800$. Отметим, что не смотря на то, что частота внешнего воздействия лежит внутри фононного спектра, источник энергии излучает не фононную волну а ДБ.

В пятой главе изучен ратчет кинка в модели Клейна-Гордона с асимметричным локальным потенциалом, иными словами, направленное движение кинка в присутствии внешнего возмущения в виде белого шума. Используются следующие начальные условия: в системе имеется статический равновесный кинк, и при $t = 0$ начинает действовать случайная внешняя сила. Ратчет изучен как при отсутствии, так и наличии в системе вязкого трения.

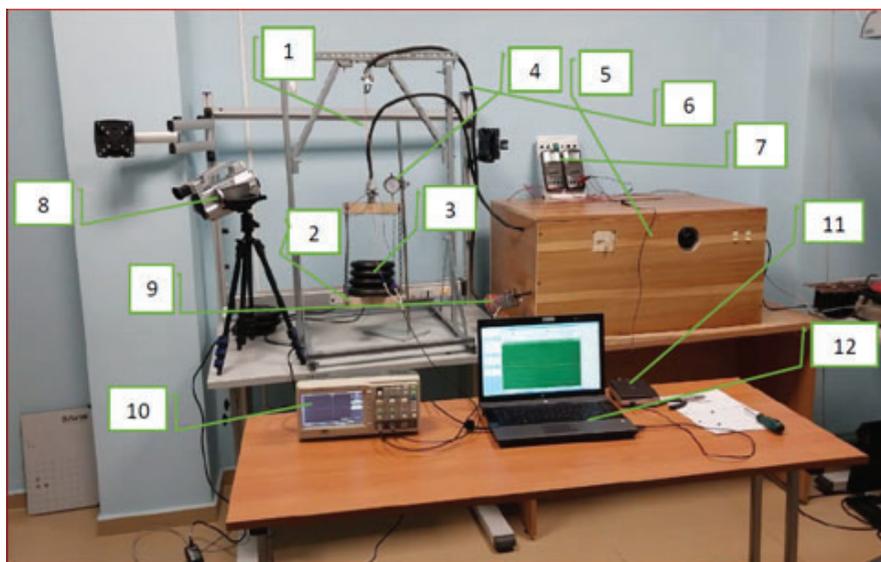


Рисунок 6 — Экспериментальная установка для изучения эффекта электропластичности при одноосном растяжении проволок или полос металла.

При учете вязкости при изучении ратчета кинка было установлено, что дрейфовая скорость кинка меняется с положительной на отрицательную если значение коэффициента вязкости γ оказывается больше некоторого значения γ^* . При этом, с ростом γ , отрицательное значение дрейфовой скорости сначала растет по абсолютной величине, а затем начинает уменьшаться, приближаясь к нулю. Смена знака дрейфовой скорости происходит при значении γ^* , которое растет с ростом амплитуды вынуждающей силы. Резонансное увеличение дрейфовой скорости кинка при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте колебаний кинка наблюдается и для отрицательных значений скорости дрейфа, то есть в режиме значительной вязкости.

В шестой главе описаны результаты экспериментальных исследований физических основ электропластического эффекта.

С этой целью, разработана и собрана экспериментальная установка, позволяющая изучать влияние одиночных импульсов тока на скорость деформации ползучести тонких металлических образцов (проволок, лент), нагруженных мертвым грузом до заданной скорости ползучести (см. Рис. 6). Вкратце, на металлической раме одним концом закреплен проволочный образец, а к другому

его концу подвешен держатель грузов (2), на котором размещается необходимое количество грузов (3). Удлинение проволочного образца регистрируется индикатором перемещения часового типа (4). Имеется элекрический блок (5), где размещается латр, умножитель напряжения и батарея конденсаторов, напряжение на клеммах которого измеряется с помощью вольтметра (7). К концам образца подведены кабели большого сечения (6), через которые можно осуществить разряд конденсаторов через образец, используя соответствующий переключатель. Тепловизор (8) марки SAT-G90-5 регистрирует изменение температуры образца. Ток через образец регистрируется с помощью трансформатора тока (9), сигнал от которого подается на канал 1 цифрового осциллографа (10) марки АКИП-4115/3А. На канал 2 того же осциллографа через делитель подается падение напряжения на образце. Изменение во времени напряжения на рабочей батарее конденсаторов, в процессе их разряда через образец, регистрируется с помощью осциллографической USB приставки (11), соединенной с персональным компьютером (12).

Постановка эксперимента предполагала изучение влияния импульсов тока длительностью 0,1-1,0 мкс с плотностью тока 1000-10000 А/мм² и большой скважностью (одиночные импульсы) на пластическую деформацию растяжения проволочных образцов в режиме ползучести, нагруженных мертвым грузом до заданной скорости ползучести. Эксперимент проводился при комнатной температуре (возможно дооснащение установки блоком нагрева образца и контроля его температуры) на образцах из медной проволоки М0 в разных структурных состояниях, а именно, в состоянии поставки и после двухчасового отжига при температуре 500°С. Варьировалась скорость ползучести и рассмотрены проволоки диаметром 1 и 2 мм. Варьирование диаметра проволоки осуществлялось с целью оценки влияния скин-эффекта, ведь чем тоньше провод, тем большая часть его поперечного сечения будет прорабатываться потоком электронов, преимущественно движущихся ближе к поверхности образца. В проволоке, особенно отожженной, средний размер зерен велик (120 мкм), поэтому основным механизмом ее деформации будет дислокационный.

Главной задачей проведения экспериментов было получение информации для выбора физической модели воздействия импульса тока на дислокации, которая будет использована в молекулярно-динамическом моделировании.

Эксперименты показали, что в момент прохождения импульса тока образец, деформируемый мертвым грузом со скоростью деформации ползучести $\dot{\epsilon}$, претерпевал практически мгновенное удлинение (деформация порядка 0,01% - 1% в зависимости от мощности импульса), после чего скорость его деформации выходила на режим ползучести, установленный до прохождения импульса. Выход на исходный режим ползучести обусловлен быстрым остыванием проволоки на воздухе после прохождения импульса тока. Эксперименты проводились для таких напряжений на конденсаторе, при которых нагрев образца за счет выделившегося джоулева тепла не превышал $\Delta T = 15 \div 40^\circ\text{C}$. Таким образом, практически мгновенное удлинение образца в момент прохождения импульса нельзя связать с его разогревом, то есть, мы действительно имеем дело с эффектом электропластичности.

В седьмой главе рассмотрено атомистическое моделирование электропластического эффекта в рамках одномерной цепочки Френкеля-Конторовой, где дислокации моделируются кинками и в рамках двумерной решётки Морзе. Как известно, существуют две основные теории, объясняющие эффект электропластичности: одна - неравномерное тепловыделение с максимальным выделением джоулева тепла на дефектах, другая - теория электронного ветра. Будут изучены оба случая.

Для цепочки Френкеля-Конторовой принятый к моделированию подход можно описать следующим образом: (i) в цепочку из N атомов вводится статистический кинк с периодическими граничными условиями, сдвинутыми на 2π , $u_n(t) = 2\pi + u_{n+N}(t)$; (ii) вводится внешняя сдвигающая сила f ; (iii) добавляются тепловые флуктуации, соответствующие температуре T ; (iv) моделируются электрические импульсы путем изменения скоростей атомов, как описано ниже; (v) для выбранных параметров моделирования (внешняя сила f и температура T) вычисляется и усредняется по 10^4 независимым реализациям время ожидания, пока дислокация преодолет потенциал Пайерлса-Набарро и начнет движение.

Выделение тепла моделируется увеличением скорости атомов по формуле

$$\Delta v_n = W \left(\frac{P_n - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}} \right)^k, \quad (10)$$

здесь Δv_n - мгновенное приращение скорости n -го атома под действием импульса электрического тока. Параметр W определяет силу электрического импульса. P_n - потенциальная энергия n -го атома, усреднённая по нескольким (от 3 до 10) периодам колебаний. P_{\min} и P_{\max} - минимальная и максимальная потенциальные энергии атомов в цепочке. Показатель степени $k > 1$ обеспечивает преимущественное воздействие импульса тока на атомы с повышенной потенциальной энергией, которые располагаются вокруг дефектов кристаллической структуры. В расчётах принималось значение $k = 3$, хотя это значение является дискуссионным.

Очень важным является вопрос о знаке приращения скорости, найденного из уравнения (10). При моделировании джоулевого тепловыделения знак приращения скорости совпадает со знаком вектора скорости, т.е. он положителен для атома, движущегося вправо, и отрицателен для атома, движущегося влево в момент приложения импульса тока. В обоих случаях кинетическая энергия атома возрастает с увеличением абсолютного значения скорости.

При моделировании электронного ветра мы используем уравнение (10) для вычисления приращения векторов скоростей атомов, но знак приращения скорости выбирается по-другому, а именно, приращения всех векторов скорости берутся одного знака для того, чтобы смоделировать передачу направленного импульса атомам решетки. Согласно уравнению (10), наибольший импульс получают атомы вблизи кинка, поскольку мы полагаем, что на этих атомах электроны рассеиваются сильнее.

Для цепочки Френкеля-Конторовой рассчитано время ожидания τ миграции кинка как функция температуры T для различных значений внешнего сдвигающего усилия f , см. рис. 7. Черным показан результат для случая отсутствия электрического тока, синим для выделения джоулевого тепла, красным для электронного ветра.

Обратившись к рисунку 7(а) заметим, что и джоулево тепло и электронный ветер приводят к снижению времени ожидания движения дислокации, а, следовательно, к повышению пластичности кристалла. Однако эффективность этих двух факторов оказывается зависящей от температуры. При $T < 0,009$ выделение джоулевого тепла более существенно снижает время ожидания чем электронный ветер, а при более высоких температурах ситуация становится

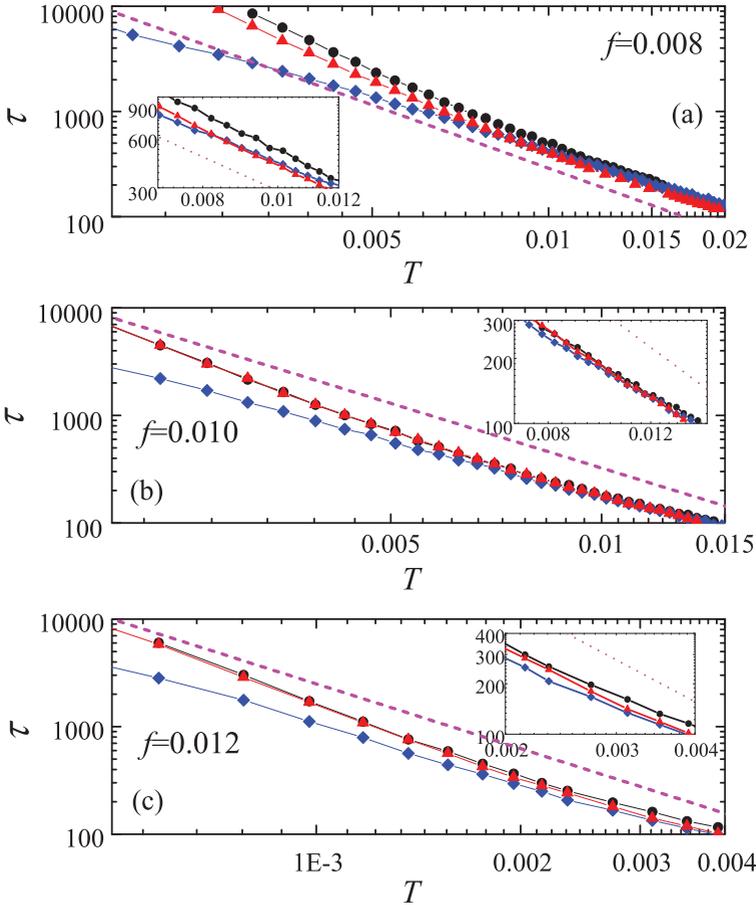


Рисунок 7 — Усредненное по 10^4 случайным реализациям время ожидания миграции кинка как функция температуры для различных значений сдвигающей нагрузки f . Черными кружками показан результат для случая отсутствия электрического тока. Синие ромбы соответствуют случаю, когда энергия электрического тока расходуется только на выделение джоулева тепла. Красные треугольники соответствуют случаю, когда импульсы тока создают давление электронного ветра.

противоположной. Вставка на рисунке показывает результаты вблизи точки перехода. Та же самая тенденция заметна и на рис. 7(b,c).

Основные выводы

1. Изучены однокомпонентные ДКМ с волновыми векторами на границе первой зоны Бриллюэна в квадратной решётке, простой кубической и ОЦК решетках с учетом взаимодействий между ближайшими и вторыми соседями, описываемыми β -ФПУ потенциалом. В квадратной решётке таких ДКМ 7, в простой кубической решётке 27, в ОЦК решетке 31. В пределе малых амплитуд ДКМ трансформируются в фоннные моды и для всех ДКМ найдены волновые вектора этих фоннных мод а также амплитудно-частотные характеристики. Установлено, что для жесткого типа нелинейности в квадратной решётке имеется две, в простой кубической решетке три, а в ОЦК решетке четыре ДКМ с частотами выше фоннного спектра во всем интервале амплитуд. Данные моды могут быть использованы для построения дискретных бризеров путём наложения локализирующих функций.

2. Для нелинейных решеток размерности два и три показана эффективность метода построения ДБ, базирующегося на анализе амплитудно-частотных характеристик ДКМ, выявлении тех из них, которые имеют частоту вне фоннного спектра решетки и наложении локализирующих функций на такие ДКМ. С использованием данного подхода для квадратной решетки получено шесть одномерных и семь нульмерных ДБ. При смещении центра локализации ДБ из высокосимметричного положения решетки получен движущийся ДБ в квадратной решётке. Семь нульмерных ДБ были получены путем наложения функции локализации на три ДКМ простой кубической решётки с частотами выше фоннного спектра. Шесть нульмерных ДБ были получены для ОЦК решетки путем наложения локализирующих функций на четыре ДКМ с частотами выше фоннной полосы. Полученные результаты иллюстрируют известный факт, что нелинейные системы могут иметь множество решений. Отметим, что все полученные ДБ следует называть квази-бризерами с большим временем жизни, поскольку для них не было доказано, что они являются точными решениями нелинейных уравнений движения атомов.

3. Показано, что в упорядоченном сплаве Cr_2Al с ОЦК решёткой фоннный спектр является бесщелевым и, следовательно, в нём могут существовать

только ДБ с частотой выше фононного спектра. Попытка возбуждения двумерного ДБ (локализованного в одном измерении и делокализованного в двух перпендикулярных направлениях) показала, что он имеет небольшое время жизни из-за мягкого типа нелинейности межатомных взаимодействий, в полном соответствии с результатами работы [36].

4. Разработана экспериментальная установка, позволяющая исследовать воздействие импульсного тока на деформацию тонких (проволочных или ленточных) металлических образцов в режиме ползучести. Испытания в режиме ползучести с использованием одиночных импульсов позволяют добиться высокой скважности импульсов; регистрация удлинения образца как функция времени удобно проводится съемкой показаний циферблатного индикатора перемещений на видеокамеру; нагружение мертвым грузом позволяет обойтись без сложных устройств механического привода. В результате проведенных экспериментов установлено, что в момент прохождения импульса тока образец, деформируемый мертвым грузом со определённой скоростью деформации ползучести, претерпевает практически мгновенное удлинение (деформация порядка 0,01% - 1% в зависимости от мощности импульса), после чего скорость его деформации выходит на режим ползучести, наблюдавшийся до прохождения импульса. Предложена следующая интерпретация экспериментальных данных. Поток электронов преимущественно рассеивается на дислокациях, приводя к разогреву вещества вблизи ядер дислокаций (неоднородный разогрев) и оказывая некоторое направленное воздействие на атомы вокруг ядра дислокации (электронный ветер). Выделившееся тепло и направленный импульс облегчают дислокациям преодоление барьера Пайерлса-Набарро, что даёт вклад в практически мгновенный прирост пластической деформации, после чего система приходит к режиму деформирования, который реализовывался до прохождения импульса. Мгновенный прирост деформации происходил при весьма незначительном среднем по объёму нагреве образца ($\Delta T = 15 \div 40^\circ\text{C}$). Таким образом, в экспериментах был реализован атермический эффект электропластичности. Проведённый эксперимент не позволяет разделить вклады неоднородного разогрева и электронного ветра в повышение подвижности дислокаций.

5. Впервые представлены результаты численного анализа модуляционной неустойчивости ДКМ в трехмерной ОЦК решетке. Исследованы все четыре ДКМ с частотами выше фононного спектра. Изучено влияние амплитуды ДКМ

и размера расчетной ячейки на развитие модуляционной неустойчивости и возникновение в системе хаотических ДБ. Установлено, что все четыре исследованные ДКМ порождают хаотические ДБ при условии, что амплитуда ДКМ превышает пороговое значение, которое имеет порядок величины $10^{-2}h$. Возникновение ДБ в системе приводит к резкому увеличению параметра локализации энергии и максимальной энергии частиц. Хаотические ДБ имеют конечное время жизни, поскольку они постоянно излучают энергию, взаимодействуя с фонными малоамплитудными волнами. В конечном итоге система приходит к тепловому равновесию, которое характеризуется малым значением параметра локализации энергии. В трехмерной ОЦК решетке параметр локализации энергии уменьшается со временем быстрее, чем в двумерных решетках [11; 16]. Это связано с тем, что в двумерном случае энергия излучается брызгом радиально, а в трехмерной решетке - сферически.

6. При изучении ратчета кинка свободного от потенциала Пайерлса-Набарро под действием гармонической вынуждающей силы показано, что в отсутствии вязкости кинк движется равноускоренно до тех пор пока его скорость не становится слишком большой и становятся заметными потери на излучение. Оказалось, что ускорение кинка слабо зависит от параметра дискретности h , тогда как в традиционных дискретных моделях с потенциалом Пайерлса-Набарро влияние h на динамику волн солитонного типа весьма существенно. При приближении частоты внешней силы к частоте собственной колебательной моды, локализованной на кинке, происходит рост ускорения кинка на два порядка. При учете вязкости при изучении ратчета кинка установлено, что дрейфовая скорость кинка меняется с положительной на отрицательную если значение коэффициента вязкости γ оказывается больше некоторого значения γ^* .

7. Проанализирован перенос энергии в квадратной β -ФПУ решетке от ряда частиц, совершающего вынужденные гармонические колебания в широком диапазоне частот возбуждения Ω и для относительно малых амплитуд возбуждения A . В зависимости от параметров возбуждения выявлены различные механизмы передачи энергии в решетку. Для линеаризованной системы, в случае одномерной редукции модели, задача решена аналитически. Численно проанализированы как одномерный, так и двумерный случаи. В одномерном случае энергия, передаваемая решетке за единицу времени, при малых A хорошо описывается линейной теорией, однако с увеличением амплитуды возбуждения A

численные результаты все больше отклоняются от теоретической оценки, особенно для частот возбуждения Ω вблизи верхнего края фононного спектра. Если частота возбуждения достаточно близка к ω_{\max} , но находящейся в пределах фононного спектра, частота испускаемых волновых пакетов превышает ω_{\max} . В этом случае волновые пакеты следует называть ДБ, так как они не резонируют с линейными фононами и, следовательно, приобретают новое качество. Можно сделать вывод, что в решетке с жестким ангармонизмом ДБ могут излучаться рядом частиц, совершающих вынужденные гармонические колебания, даже тогда, когда частота возбуждения находится в пределах фононной полосы.

8. Предложена физическая модель, позволяющая изучать воздействие импульсного тока на дислокации, выражающееся в преимущественном выделении джоулева тепла на дислокациях (неоднородный нагрев) и в придании направленного импульса атомам, преимущественно в окрестности дислокаций (электронный ветер). Прирост скоростей атомов, связанный с прохождением импульса тока, предложено определять по выражению, которое учитывает потенциальные энергии атомов так, что большее воздействие ток оказывает на атомы, имеющие повышенные потенциальные энергии, а такие атомы расположены вокруг дефектов. В представленных расчётах принята кубическая зависимость прироста кинетической энергии атомов от их потенциальной энергии, однако эта зависимость является дискуссионной и должна быть проверена экспериментально.

9. Предложенная физическая модель была использована для изучения воздействия импульсного тока на дислокации в цепочке Френкеля-Конторовой, а также в двумерной треугольной решётке Морзе. В цепочке Френкеля-Конторовой было показано, что при небольших температурах большее воздействие на дислокации оказывает неоднородное выделение джоулева тепла, а при высоких - электронный ветер. Это связано с тем, что при повышенных температурах дислокации в меньшей степени захвачены потенциалом Пайерлса-Набарро и поэтому сильнее реагируют на направленный импульс, получаемый атомами от потока электронов. Для двумерной решётки Морзе моделирование показало, что преимущественное выделение тепла на дислокациях снижает предел текучести при незначительном общем разогреве, в соответствии с экспериментально наблюдаемым эффектом электропластичности.

Список литературы

1. *Борн М., Кунь Х.* Динамическая теория кристаллических решеток. — М.:ИЛ, 1958. — 488 с.
2. *Kittel C.* Introduction to Solid State Physics. — John Wiley, Sons, 2005.
3. *Куммель Ч.* Введение в физику твердого тела. — М.:Наука, 1978. — 788 с.
4. *Косевич А. М.* Физическая механика реальных кристаллов. — К.:Наукова Думка, 1981. — 328 с.
5. *Derlet P. M., Nguyen-Manh D., Dudarev S. L.* Multiscale modeling of crowdion and vacancy defects in body-centered-cubic transition metals // Phys. Rev. B. — 2007. — т. 76. — с. 054107.
6. Highly efficient energy and mass transfer in bcc metals by supersonic 2-crowdions / I. A. Shepelev [и др.] // Journal of Nuclear Materials. — 2022. — т. 568. — с. 153841.
7. *Хурт Д., Лоте И.* Теория дислокаций. — М.:Атомиздат, 1972. — 600 с.
8. *Глейтер Г., Чалмерс Б.* Большеугловые границы зерен. — М.:Мир, 1975. — 376 с.
9. Discrete breathers in crystals / S. V. Dmitriev [и др.] // Phys. Usp. — 2016. — т. 59, № 2. — с. 446.
10. Delocalized nonlinear vibrational modes of triangular lattices / D. S. Ryabov [и др.] // Nonlinear Dyn. — 2020. — т. 102. — с. 2793.
11. One-component delocalized nonlinear vibrational modes of square lattices / D. S. Ryabov [и др.] // Nonlinear Dynamics. — 2023. — т. 111, № 9. — с. 8135—8153.
12. *Chechin G., Sakhnenko V.* Interactions between normal modes in nonlinear dynamical systems with discrete symmetry. Exact results // Physica D: Nonlinear Phenomena. — 1998. — т. 117, № 1—4. — с. 43—76.
13. *Dolgov A. S.* On localization of oscillations in nonlinear crystal structure // Sov. Phys. Solid State. — 1986. — т. 28. — с. 907.

14. *Sievers A. J., Takeno S.* Intrinsic localized modes in anharmonic crystals // Phys. Rev. Lett. — 1988. — т. 61. — с. 970.
15. Discrete breathers in square lattices from delocalized nonlinear vibrational modes / E. K. Naumov [и др.] // Physical Review E. — 2023. — т. 107, № 3. — с. 034214.
16. Chaotic discrete breathers and their effect on macroscopic properties of triangular lattice / A. Upadhyaya [и др.] // Commun. Nonlinear Sci. — 2022. — т. 112. — с. 106541.
17. *Caputo J.-G., Leon J., Spire A.* Nonlinear energy transmission in the gap // Phys. Lett. A. — 2001. — т. 283, № 1/2. — с. 129–135.
18. *Geniet F., Leon J.* Energy transmission in the forbidden band gap of a nonlinear chain // Physical Review Letters. — 2002. — т. 89, № 13. — с. 1341021–1341024.
19. *Geniet F., Leon J.* Nonlinear supratransmission // J. Phys. Condensed Matter. — 2003. — т. 15, № 17. — с. 2933–2949.
20. *Burlakov V. M., Kiselev S. A., Rupasov V. I.* Localized vibrations of homogeneous anharmonic chains // Phys. Lett. A. — 1990. — т. 147, № 2. — с. 130–134.
21. *Burlakov V. M., Kiselev S. A.* Molecular-dynamics simulation of the decay kinetics of uniform excitation of an anharmonic 1D chain // Sov. Phys. JETP. — 1991. — т. 72. — с. 854.
22. Localization and equipartition of energy in the β -FPU chain: Chaotic breathers / T. Cretegyu [и др.] // Physica D. — 1998. — т. 121. — с. 109.
23. *Mirnov V. V., Lichtenberg A. J., Guclu H.* Chaotic breather formation, coalescence, and evolution to energy equipartition in an oscillatory chain // Physica D. — 2001. — т. 157. — с. 251.
24. Chaotic breathers of two types in a two-dimensional Morse lattice with an on-site harmonic potential / K. Ikeda [и др.] // Physica D. — 2007. — т. 225, № 2. — с. 184–196.
25. *Savin A. V., Tsironis G. P., Zolotaryuk A. V.* Ratchet and switching effects in stochastic kink dynamics // Physics Letters A. — 1997. — т. 229, № 5. — с. 279–284.

26. *Chacón R., Quintero N. R.* Controlling the ratchet effect through the symmetries of the systems: Application to molecular motors // Biosystems. — 2007. — т. 88, № 3. — с. 308–315. — BIOCAMP 2005: Selected papers presented at the International Conference - Diffusion Processes in Neurobiology and Subcellular Biology.
27. *Troitsky O. A.* Electromechanical effect in metals // JETP Letters. — 1969. — т. 2, № 10. — с. 18–22.
28. *Troitsky O. A., Rozno A. G.* Electroplastic deformation in metals // Solid State Phys. — 1970. — т. 12, № 1. — с. 203–209.
29. *Troitsky O. A.* Plastic deformation of metal caused by pinch effect // Izv. USSR Academy of Sciences, ser. Physical. — 1977. — № 6. — с. 118–122.
30. Mobility of dislocations in single crystals of zinc under the action of current pulses / L. B. Zuev [и др.] // Reports of the Academy of Sciences of the USSR. — 1978. — т. 239, № 1. — с. 84–86.
31. Development of ideas about the mobility of dislocations under current action / V. E. Gromov [и др.] // Phys. Solid State. — 1991. — т. 33, № 10. — с. 3027–032.
32. *Yang D., Conrad H.* Exploratory study into the effects of an electric field and of high current density electropulsing on the plastic deformation of TiAl // Intermetallics. — 2001. — т. 9, № 10/11. — с. 943–947.
33. Damage in a Thin Metal Film by High-Power Terahertz Radiation / M. B. Agranat [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2018. — т. 120, вып. 8. — с. 085704.
34. Damage threshold of Ni thin film by terahertz pulses / O. Chefonov [и др.] // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2018. — т. 39. — с. 1–8.
35. *Nicoletti D., Cavalleri A.* Nonlinear light-matter interaction at terahertz frequencies // Adv. Opt. Photon. — 2016. — т. 8, № 3. — с. 401–464.
36. *Kiselev S. A., Bickham S. R., Sievers A. J.* Anharmonic gap modes in a perfect one-dimensional diatomic lattice for standard two-body nearest-neighbor potentials // Phys. Rev. B. — 1993. — т. 48. — с. 13508.

Публикации автора по теме работы

Из международных баз данных Scopus и Web of Science (38 публикаций)

1. D.S. Ryabov, G.M. Chechin, E.K. Naumov, Yu.V. Bebikhov, E.A. Korznikova, S.V. Dmitriev. One-component delocalized nonlinear vibrational modes of square lattices // *Nonlinear Dynamics*. – 2023. – V. 111, N 9. – P. 8135-8153.

2. Yu.V. Bebikhov, E.K. Naumov, M.N. Semenova, S.V. Dmitriev. Discrete breathers in a β -FPUT square lattice from in-band external driving // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. – 2024. – V. 132. – P. 107897.

3. I.D. Kolesnikov, S.A. Shcherbinin, Yu.V. Bebikhov, E.A. Korznikova, I.A. Shepelev, A.A. Kudreyko, S.V. Dmitriev. Chaotic discrete breathers in bcc lattice // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2024. – V. 178, – P. 114339.

4. E.K. Naumov, Yu.V. Bebikhov, E.G. Ekomasov, E.G. Soboleva, S.V. Dmitriev. Discrete breathers in square lattices from delocalized nonlinear vibrational modes // *Physical Review E*. – 2023. – V. 107, N 3. – P. 034214.

5. A.R. Khalikov, E.A. Korznikova, A.A. Kudreyko, Y.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Planar superstructure defects in ordered alloys with L1 structure // *Metals and Materials International*. – 2023. – V. 29, N 6. – P. 1712-1722.

6. A.M. Bayazitov, D.V. Bachurin, Y.V. Bebikhov, E.A. Korznikova, S.V. Dmitriev. Supersonic motion of atoms in an octahedral channel of fcc copper // *Materials*. – 2022. – V. 15, N 20. – P. 7260.

7. D.U. Abdullina, Y.V. Bebikhov, M.V. Khazimullin, A.A. Kudreyko, S.V. Dmitriev. Atom deposition and sputtering at normal incidence simulated by the Frenkel-Kontorova chain // *Physical Review E*. – 2022. – V. 106, N 2. – P. 024207.

8. S.A. Shcherbinin, A.M. Kazakov, Yu.V. Bebikhov, A.A. Kudreyko, and S.V. Dmitriev. Delocalized nonlinear vibrational modes and discrete breathers in beta-FPUT simple cubic lattice // *Physical Review E*. – 2024. – V. 109. – P. 014215.

9. E.A. Korznikova, A.Y. Morkina, M. Singh, A.M. Krivtsov, V.A. Kuzkin, V.A. Gani, Y.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Effect of discrete breathers on macroscopic properties of the Fermi-Pasta-Ulam chain // *European Physical Journal B*. – 2020. – V. 93, N 7. – P. 123.

10. A.S. Semenov, Y.V. Bebikhov, A.A. Kistanov. Simulation of energy transport in crystal with NaCl structure assisted by discrete breathers // *Letters on Materials*. – 2017. – V. 7, N 2. – P. 77-80.

11. J.A. Baimova, Y.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev, A. Khare, A.I. Potekaev. Translationally invariant kink solutions of discrete ϕ^4 models // Russian Physics Journal. – 2010. – V. 53, N 3. – P. 231-238.
12. Y.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev, S.V. Suchkov, A. Khare. Effect of damping on kink ratchets in the Klein-Gordon lattice free of the Peierls-Nabarro potential // Physics Letters A. – 2010. – V. 374, N 13-14. – P. 1477-1480.
13. G. Poletaev, Y. Gafner, S. Gafner, Y. Bebikhov, A. Semenov. Molecular dynamics study of the devitrification of amorphous copper nanoparticles in vacuum and in a silver shell // Metals. – 2023. – V. 13. – P. 1664.
14. G. Poletaev, Y. Bebikhov, A. Semenov, R. Rakitin. Molecular dynamics study of the influence of hydrogen impurity on the migration velocity of [001] and [111] tilt boundaries in palladium // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2023. – V. 575. – P. 2803-2809.
15. G.M. Poletaev, Y.V. Bebikhov, A.S. Semenov, A.A. Sitnikov. Molecular dynamics investigation of the effect of the interface orientation on the intensity of titanium dissolution in crystalline and amorphous aluminum // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2023. – V. 136, N 4. – P. 477-483.
16. E.K. Naumov, Yu.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Discrete breathers in a square lattice based on delocalized modes // Physics of the Solid State. – 2023. – V 20 – P 299-307.
17. G. Poletaev, Yu. Bebikhov, A. Semenov. Molecular dynamics study of the formation of the nanocrystalline structure in nickel nanoparticles during rapid cooling from the melt // Materials Chemistry and Physics. – 2023. – V. 309. – P. 128358.
18. G.M. Poletaev, I.V. Zorya, M.D. Starostenkov, Y.V. Bebikhov, R.Y. Rakitin. Molecular dynamics simulation of the edge dislocation glide in nickel and silver in the presence of interstitial light element atoms // Russian Metallurgy (Metally). – 2020. – V. 2020, N 4. – P. 271-276.
19. A.S. Semenov, R.T. Murzaev, Y.V. Bebikhov, A.A. Kudreyko, S.V. Dmitriev. New types of one-dimensional discrete breathers in a two-dimensional lattice // Letters on Materials. – 2020. – V. 10, N 2. – P. 185-188.
20. G.M. Poletaev, Yu.V. Bebikhov, A.S. Semenov, R.Y. Rakitin. Interaction of an edge dislocation with a 110 tilt boundary in nickel: molecular dynamics simulation // Letters on Materials. – 2022. – V. 12, N 4. – P. 303-308.

21. A.Y. Morkina, M. Singh, Y.V. Bebikhov, E.A. Korznikova, S.V. Dmitriev. Variation of the specific heat in the Fermi–Pasta–Ulam chain due to energy localization // *Physics of the Solid State*. – 2022. – V. 64, N 8. – P. 446-454.
22. A.S. Semenov, M.N. Semenova, Y.V. Bebikhov, M.V. Khazimullin. Simulation of molecular-dynamics processes in 2D and 3D crystalline structures // *Technical Physics*. – 2022. – V. 67, N 6. – P. 538-542.
23. A.S. Semenov, M.N. Semenova, Y.V. Bebikhov, P.V. Zakharov, E.A. Korznikova. Simulating nonlinear dynamics of a 3D crystal lattice of metals // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2021. – V. 2131, N 3. – P. 032092.
24. G.M. Poletaev, Yu.V. Bebikhov, A.S. Semenov, R.Yu. Rakitin. Molecular dynamics study of the influence of supercooling temperature and orientation of the crystallization front on its velocity in silver // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2021. – V. 2131, N 4. – P. 042053.
25. G.M. Poletaev, Y.V. Bebikhov, A.S. Semenov, M.D. Starostenkov. Self-diffusion in melts of Ni-Al and Ti-Al systems: molecular dynamics study // *Letters on Materials*. – 2021. – V. 11, N 4. – P. 438-441.
26. A. Semenov, Yu. Bebikhov, P. Tatarinov, P. Zakharov, E. Korznikova. Extensive teaching of physics for students of technical specialties with the help of experimental units and computer simulation software // *E3S Web of Conferences*. – 2023. – V. 420. – P. 06025.
27. Y. Bebikhov, A. Semenov, M. Semenova, I. Yakushev. Development of a program for mathematical modeling of molecular dynamics processes // *E3S Web of Conferences*. – 2023. – V. 371. – P. 03077.
28. A. Semenov, Y. Bebikhov, M. Semenova, I. Yakushev. Mathematical modeling of physical processes in metals and ordered alloys // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2022. – V. 247. – P. 437-449.
29. P.V. Zakharov, Y.V. Bebikhov, A.S. Semenov, E.A. Ereemeev, A.S. Kochkin. The possibilities of using virtual reality when introducing students to scientific activities in physics // *AIP Conference Proceedings*. – 2022. – V. 2647. – P. 040006.
30. P.V. Zakharov, Y.V. Bebikhov, U.I. Yankovskaya, A.S. Semenov, A.V. Markidonov. Molecular dynamics method as an additional educational tool in the course of solid state physics // *AIP Conference Proceedings*. – 2022. – V. 2647. – P. 040019.

31. A.R. Khalikov, Y.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Structure and energy of ternary alloys of stoichiometric composition A_2BC having $L1_0$ superstructure // AIP Conference Proceedings. – 2022. – V. 2533. – P. 020018.

32. A.M. Bayazitov, R.T. Murzaev, Y.V. Bebikhov. Effect of interatomic potentials on dynamics of supersonic 2-crowdions in tungsten // AIP Conference Proceedings. – 2022. – V. 2533. – P. 020032.

33. D.U. Abdullina, L.Kh. Galiakhmetova, Y.V. Bebikhov. Simulation of mechanical and physical properties of a carbon nanotubes bundle under the transverse compression using a chain model with the reduced number of degrees of freedom // Frontier Materials and Technologies. – 2022. – V. 3-1. – P. 15-22.

34. V.A. Bryzgalov, S.V. Dmitriev, E.A. Korznikova, Y.V. Bebikhov. Modeling of the dislocation electroplastic effect in a single crystal using the molecular dynamics method // Frontier Materials and Technologies. – 2022. – V. 3-1. – P. 61-68.

35. A.Yu. Morkina, I.I. Tuvalov, S.V. Dmitriev, Y.V. Bebikhov, A.S. Semenov, Y.R. Sharapova. The selection of interatomic potentials for simulation of extreme actions within the tungsten lattice // Frontier Materials and Technologies. – 2022. – V. 3-2. – P. 16-24.

36. A.R. Khalikov, Yu.V. Bebikhov, E.A. Korznikova, S.V. Dmitriev. Planar superstructural defects in the alloys with $L1_0$ superstructure // Frontier Materials and Technologies. – 2022. – V. 3-2. – P. 90-98.

37. Yu.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Peierls-Nabarro potential for kinks in nonlinear chains // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – V. 1008, N 1. – P. 012066.

38. Y.V. Bebikhov, I.A. Shepelev, S.V. Dmitriev. A review of specially discretized Klein-Gordon models // Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE. – 2020. – V. 11459. – P. 1145910.

Из перечня ВАК (13 публикаций)

39. Д.У. Абдуллина, Ю.В. Бебихов, П.С. Татаринov, С.В. Дмитриев. Обзор последних достижений в области электропластической обработки металлов давлением // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2023. – Т. 20, № 4. – С. 469-483.

40. А.Ю. Моркина, Ю.В. Бебихов, С.В. Дмитриев, Е.А. Корзникова. Влияние ансамблей дискретных бризеров на теплоемкость нелинейных цепочек //

Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2023. – Т. 20, № 4. – С. 429-437.

41. Н.Н. Медведев, М.Д. Старостенков, П.В. Захаров, Ю.В. Бебихов. Дискретный бризер в модельной 3D ОЦК-решётке Cr_2Al со сверхструктурой C11_b , основанный на делокализованных модах // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2023. – Т. 20, № 3. – С. 344-351.

42. Yu.V. Bebikhov, S.V. Dmitriev. Piers-Nabarro potential of topological solitons in discrete systems // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2021. – Т. 18, № 1. – С. 74-80.

43. Бебихов, Ю.В. Потенциал Пайерлса-Набарро для кинков в нелинейных цепочках // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2020. – Т. 17, № 4. – С. 502-508.

44. Бебихов, Ю.В. Нестандартные дискретные модели Клейна-Гордона // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2019. – Т. 16, № 4. – С. 520-526.

45. М.Н. Семёнова, А.С. Семёнов, Ю.В. Бебихов, Д.С. Рябов, Г.М. Чечин, Ж.Г. Рахматуллина, Е.А. Корзникова, С.В. Дмитриев. Некоторые характеристики одномерных делокализованных нелинейных колебательных мод треугольной решетки с морзевским взаимодействием // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2018. – Т. 15, № 2. – С. 257-264.

46. Бебихов, Ю.В. Дискретная модель, допускающая точные движущиеся кинковые решения // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2012. – Т. 9, № 1. – С. 105-107.

47. С.В. Дмитриев, А. Кхаре, С.В. Сучков, Ю.В. Бебихов. Расчет кинка в дискретной модели Клейн-Гордона свободной от потенциала Пайерлса-Набарро // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2009. – Т. 6, № 1. – С. 90-95.

48. Ю.В. Бебихов, С.В. Дмитриев, А. Кхаре. Законы сохранения и точные стационарные решения обобщенного дискретного нелинейного уравнения Шредингера // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2009. – Т. 6, № 3. – С. 55-58.

49. С.В. Сучков, Ю.В. Бебихов, С.В. Дмитриев. Влияние вязкого трения на ратчет кинка в дискретной модели Клейн-Гордона свободной от потенциала

Пайерлса-Набарро // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2009. – Т. 6, № 4. – С. 68-72.

50. Ю.В. Бебихов, С.В. Дмитриев, А.В. Самсонов, М.Д. Старостенков. Моделирование сетки дислокаций несоответствия на границе медь/сапфир // Вестник СибГУТИ. – 2009. – № 3 (7). – С. 23-31.

51. Ю.В. Бебихов, С.В. Дмитриев, М.Д. Старостенков. Свойства трансляционно-инвариантных кинковых решений дискретных моделей // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2008. – Т. 5, № 4. – С. 105-108.

Результаты интеллектуальной деятельности (4 публикации)

52. Бебихов, Ю.В. Программа для оценки влияния коэффициента жесткости связи на взаимодействия частиц в парном потенциале Морзе / Ю.В. Бебихов, А.С. Семёнов, М.Н. Семёнова, И.А. Якушев // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2023668974, 06.09.2023. Заявка № 2023667180 от 17.08.2023.

53. Бебихов, Ю.В. Программа выбора потенциала межчастичного взаимодействия для молекулярно-динамического моделирования / Ю.В. Бебихов, А.С. Семёнов, М.Н. Семёнова, И.А. Якушев // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2022662820 от 07.07.2022. Заявка № 2022662053 от 29.06.2022.

54. Бебихов, Ю.В. Программа математического моделирования физических процессов в металлах и упорядоченных сплавах / А.С. Семёнов, М.Н. Семёнова, И.А. Якушев, Ю.В. Бебихов // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021615775 от 13.04.2021. Заявка № 2021614436 от 02.04.2021.

55. Бебихов, Ю.В. Мультилингвистическая поисковая система в области автоматизированного электропривода / А.С. Семёнов, О.В. Федоров, Ю.В. Бебихов, Н.В. Голубцов, А.Н. Егоров, А.В. Семкова, П.С. Татаринев, И.А. Якушев // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2021681568 от 23.12.2021. Заявка № 2021681095 от 17.12.2021.

Монография

56. Ю.В. Бебихов, Е.А. Корзникова, А.П. Четвериков, С.В. Дмитриев. Волны солитонного типа в нелинейных решетках без потенциала Пайерлса-Набарро // монография. – СПб.: Издательство «Научно-технологические», 2018. – 103 с.